

הוראת המתמטיקה בחטיבות הביניים -

מסתכלים קדימה

ד"ר בועז זילברמן, המרכז לטכנולוגיה חינוכית

פרופ' טלי נחליאלי, מכללת לוינסקי לחינוך

פרופ' בוריס קויצ'ו, מכון ויצמן למדע

ד"ר ג'ייסון קופר, מכון ויצמן למדע

ד"ר אנטולי קורופטוב, מכללת לוינסקי לחינוך

ספטמבר 2020 – תשרי התשפ"א

תוכן עניינים

הקדמה

מטרות הוראת המתמטיקה בחטיבות הביניים

רקע

דילמות מרכזיות

תובנות

המתמטיקה שאנחנו רוצים ללמד

רקע

דילמות מרכזיות

תובנות

פערים ושוויון הזדמנויות

רקע

דילמות מרכזיות

תובנות

השלכות להתפתחות מקצועית של מורים בפועל

רקע

דילמות מרכזיות

תובנות

נספח 1: סיכומי ההרצאות

נספח 2: תוכניות המפגשים

ביבליוגרפיה

הקדמה

במשך ארבעה שבועות (אוגוסט-ספטמבר 2020) נפגשו מורים¹, מורי מורים, חוקרים וחוקרות, אנשי ונשות משרד החינוך ונציגים של קרן טראמפ על מנת לדון בהוראת המתמטיקה בחטיבות הביניים. בכל פגישה השתתפו כ-40 עד 50 איש. 16 מביניהם היוו "צוות מצומצם" שנשאר לדיונים נוספים ותרם לעיצוב המסמך המסכם. כל מפגש התמקד בנושא מסוים (ראו נספח 2). במסגרת כל מפגש, התקיימה הרצאה של מומחה מחו"ל ולאחריה, הרצאה של מומחה מהארץ (ראו סיכומי הרצאות בנספח 1). לאחר שתי ההרצאות פנו המשתתפים לדיון בחדרים, כך שבכל חדר נכחו כ-12-8 איש. לאחר הדיונים בקבוצות ובתום סיכום קצר של הדברים במליאה נשאר הצוות המצומצם להמשך דיון.

הרקע לפגישות הוא תוצאות מבחני פי"ה ומבחנים משווים בינלאומיים נוספים המראות בעקביות שרמת ההישגים במתמטיקה של שיעור גבוה מתלמידי ישראל היא ממוצעת-נמוכה ביחס למדינות החברות ב-OECD. יתרה מזאת, תוצאות המבחנים מראות שקיימים פערים גדולים בביצועים בין מגזרים שונים ובין תלמידים ממעמדות סוציו-אקונומיים שונים. נראה כי המשמעות היא שבוגרי מערכת החינוך, ובמיוחד תלמידים שנולדו למשפחות ממעמד סוציו-אקונומי נמוך, עשויים להיות לא מוכנים כראוי להתמודדות עם האתגרים ועם הדרישות של החיים כאזרחים במדינה. נוסף על כך, בתקופה הנוכחית (מאז מרץ 2020 לערך), שבה אנחנו מתמודדים עם מגפת הקוביד-19, הפכה המתמטיקה לחלק בלתי נפרד מחיי החברה הישראלית – מדי יום מופיעים בתקשורת גרפים להצגת נתונים ומגמות; אנו עסוקים במודלים מתמטיים ובניתוח משמעויות של גדילה מעריכית וקצבי שינוי, בחישוב הסתברויות ועוד. נראה שעל מנת להתמודד היטב עם המציאות החדשה נדרשת יכולת להשתמש בכלים מתמטיים בתוך הקשר שונה מזה שבו הם נלמדו בבית הספר.

רקע זה מעצים את חשיבות תפקידן הקריטי של מיומנויות הלומד במאה ה-21, כפי שמנסחים זאת משרד החינוך וגופים שונים בעולם. בפרט, מיומנויות הקשורות בהיבטים קוגניטיביים (חשיבה ביקורתית, יצירתית ורפלקטיבית), בין אישיים (תקשורת ומיומנויות של עבודה בצוות) ואישיים (מסוגלות, קבלת אחריות). המפגשים תוכננו לעסוק בשלוש שאלות מרכזיות:

1. מה הן המטרות שלשמן אנו מלמדים מתמטיקה בחטיבת הביניים?
2. מהי המתמטיקה שאנו בוחרים ללמד בחטיבות הביניים?
3. מה הן ההזדמנויות ללמידה שאנו מעוניינים לזמן לתלמידים?

שאלות נוספות היו: מה הם החסמים המערכתיים המקשים על העוסקים בחינוך מתמטי? מה צריך לקרות כדי שניתן יהיה לחולל שינויים רצויים?

מטבע הדברים, עלו במפגשים סוגיות מהותיות נוספות. עם זאת, פרקי מסמך זה נבנו סביב סוגיות מרכזיות אלו. כל פרק מתחיל בתיאור קצרצר של הרקע לדיון ושל כמה מהדילמות המרכזיות שעלו במהלך המפגשים סביב שאלה עיקרית אחת. ההתייחסות לספרות היא רק במקרים שבהם הייתה התייחסות לכך במהלך המפגש; מוצגים בו הטיעונים של כל צד והיבטים שונים שלהם, והוא מסתיים בתובנות שעלו מהשיחות והדיונים שהתקיימו במפגשים.

¹ במסמך זה ננקטת, לנוחות הכתיבה, צורת זכר רבים למילים 'מורים', 'תלמידים', 'בוגרים' ודומיהן. ההתייחסות היא כמובן לשני המינים גם יחד.

הצוות המצומצם

1. ד"ר אביטל אלבוים-כהן
2. מר גנאדי ארנוביץ, משרד החינוך
3. ד"ר יניב ביטון, מטח
4. פרופ' אברהם ברמן, הטכניון
5. גב' אנא וקנין, רשת עמל
6. פרופ' רחה לייקין, אוניברסיטת חיפה
7. גב' פאתנה מרג'יה
8. פרופ' טלי נחליאלי, מכללת לוינסקי לחינוך
9. גב' סורניה סבאח, הטכניון
10. פרופ' עטרה שריקי, מכללת סמינר הקיבוצים
11. ד"ר אלון פינטו, מכון ויצמן למדע
12. ד"ר אלכס פרידלנדר, מכון ויצמן למדע
13. פרופ' בוריס קויצ'ו, מכון ויצמן למדע
14. ד"ר ג'ייסון קופר, מכון ויצמן למדע
15. ד"ר אנטולי קורופטוב, מכללת לוינסקי לחינוך
16. גב' ניצה שיאון

מטרות הוראת המתמטיקה בחטיבות הביניים

רקע

במאמרו ניסח מוגנס ניס (Niss, 1996) שלוש מטרות אפשריות להוראת מתמטיקה. הוא טען כי חינוך מתמטי יכול לתרום: (1) להתפתחות הטכנולוגית והסוציו-אקונומית של חברה באופן כללי; (2) להתפתחות הפוליטית, האידאולוגית והתרבותית של חברה; ו-(3) להתמודדות של היחיד עם העולם מחוץ לבית הספר. המסגרת המושגית של פיז"ה (PISA - Programme for International Student Assessment) מדגישה את המטרה השלישית. לעומת זאת הוראת המתמטיקה בארץ, המעודדת לימודי מתמטיקה ברמה של 5 יח"ל, מדגישה את המטרה הראשונה - הכשרת מדענים ואנשי היי-טק שיוכלו להמשיך לפתח חברה טכנולוגית ממעמד סוציו-אקונומי גבוה.

מה הן המטרות שלשמן אנחנו רוצים ללמד מתמטיקה בחטיבת הביניים בישראל? בארץ פועלים כיום פרויקטים שונים שמטרתם פיתוח משימות שהן בהלימה עם המסגרת המושגית של פיז"ה ומיועדות לתלמידי חטיבות הביניים, ובפרט לקבוצת הגיל המשתתפת במבחני פיז"ה. מטרתן של משימות אלה, מצד אחד, עולה בקנה אחד עם המטרה השלישית שניסח מוגנס ניס לעיל, כלומר, פיתוח יכולות של התלמידים להתמודד עם החיים מחוץ לבית הספר. עם זאת, שילוב משימות שלפיתרון אין לתלמידים פרוצדורה מוכנה מראש, עשוי לעודד אותם להתמודד, לבחון דרכים שונות ולפתח "חשיבה מתמטית", כלומר למלא את המטרה הראשונה מבין השלוש שלעיל. פיתוח משימות אלה מתבסס על השילוב של הוראת מתמטיקה באופן המעודד התמודדות של התלמידים בעשייה מתמטית עשירה לצד התייחסות לבעיות מתמטיות בהקשר הן מתמטי והן חוץ-מתמטי. תוכנית הלימודים החדשה שתופעל בתיכון מבחינה בין מטרות שונות של לימודי מתמטיקה ברמות 3, 4, 5 יחידות לימוד (להלן יח"ל). לימודי מתמטיקה ברמה של 3 יח"ל ידגישו את המטרה השלישית בעוד שלימודי המתמטיקה ברמה של 5 יח"ל ידגישו את המטרה הראשונה. מה הן המטרות אם כן שלשמן אנו מעוניינים ללמד את תלמידי חטיבות הביניים?

דילמות מרכזיות

מה צריך להיות מקומה של אוריינות מתמטית במטרות ההוראה בחטיבות הביניים?

צד א: אוריינות מתמטית היא יעד חשוב אך לא מרכזי

1. תוכנית לימודים שתתמקד במתמטיקה בסגנון מבחני פיז"ה תפספס חלקים חשובים של המתמטיקה.
2. בחטיבה העליונה אין התייחסות מערכתית לאוריינות מתמטית ולכישורי המאה ה-21. כדי להבטיח שתכנים ומיומנויות מסוימים יילמדו בחטיבת הביניים עליהם להידרש רשמית גם בחטיבה העליונה ואולי אף באקדמיה. מקרה בוחן מעניין יהיה בהפעלת תוכנית הלימודים החדשה בחטיבה העליונה שבה אוריינות מתמטית ומתמטיקה לחיים יילמדו לפחות במסלול של 3 יח"ל.
3. התמקדות בהצלחה במבחנים מסוימים או בשאלות מסוג מסוים עלולה לרדד את הלמידה ביחס להיבטים אחרים של למידת המתמטיקה.

צד ב: אוריינות מתמטית צריכה להיות יעד מרכזי בחטיבת הביניים

1. שיעור גבוה של תלמידים הם בעלי רמת אוריינות מתמטית שאינה מספקת לצורך השתלבות עתידית בחברה ובכלכלה (לפי מבחן פיז"ה). לפיכך, זהו יעד חשוב ובינתיים מוזנח, שיש להקדיש לו חלק ניכר מלימודי המתמטיקה בחטיבת הביניים.
2. תלמידים עלולים לשכוח את התכנים המתמטיים שלמדו בבית ספר, אך סביר פחות שישכחו מיומנויות וכישורים שמקנה אוריינות מתמטית.

כיצד ניתן להטמיע בשטח את מטרותיה של הוראת המתמטיקה בחטיבות הביניים?

צד א: שימוש במבנה הריכוזי הנוכחי של מערכת החינוך

1. קביעת סטנדרטים ברורים מאפשרת ליצור שפה משותפת עם המורים ולהבהיר להם מה חשוב למדינה ברמה הלאומית.
2. קביעת יעדים והפרשנות הרצויה עבורם, תוכל להבהיר למורים, בכל רמה, מה הן ציפיות המערכת.
3. פיתוח תוכנית היבחנות המתייחסת למטרות המוצהרות בתוכנית הלימודים לחטיבת הביניים עשויה לעודד הוראה על פי מטרות.

צד ב: מתן אוטונומיה רחבה יותר למורים

1. הגדרה של מסגרת מושגית מפורשת מאפשרת למורים להחליט אם הם מסכימים עם התוכן ועם הגישה של חומרי הלימוד ולבצע במידת הצורך שינויים מושכלים.
2. הכללת המורים כשותפים מלאים בקביעת המטרות, בדיון על הדרכים להגשמתן, בגיבוש קבוצות לימוד של נושאים רלוונטיים ובבקרה על ביצוע התוכנית, תעודד שיתוף פעולה מצד המורים בהטמעת המטרות.
3. מיסוד פרק בחירה (למורים) בתוכנית הלימודים, כך שלא תתפרש על כל זמן ההוראה שיש למורים (ומעבר), תעודד אף היא שיתוף פעולה מצד המורים.

תובנות

- כדי להוביל שינוי בהוראת תחום מסוים במתמטיקה בחטיבת הביניים (למשל, אוריינות מתמטית) יש להכיר בחשיבותו. הוראה של אוריינות מתמטית בפרט והוראת מתמטיקה הרלוונטית להתמודדות בחיים בכלל, הן חשובות וכדאי לשלבן כבר בחטיבת הביניים. השינוי ביחס לשילוב אוריינות מתמטית במעשה הוראת המקצוע צריך להיות גורף ולבוא לידי ביטוי מפורש בתוכניות הלימודים, בספרי הלימוד, בתוכניות להתפתחות מקצועית של מורים וכן בתוכנית היבחנות מעצבת ומסכמת, פנימית וחיצונית.
- כדי לאפשר לבוגרי חטיבת הביניים לבחור באופן מושכל את רמת הלימוד המתאימה להם בתיכון - 3, 4, או 5 יח"ל, כדאי לציין בפניהם באופן ברור מה הם האפיקים שכל רמה צפויה לפתוח בפניהם בעתיד - מדעים וטכנולוגיה, מדעי החברה, או תחומים שבהם העיסוק במתמטיקה הוא מצומצם. עם זאת, יש להביא בחשבון שבחירה מוקדמת מדי של מסלול ושל היקף לימוד (הקבצות) עלולה להגדיל את הפערים בהישגיהן של קבוצות שונות באוכלוסייה.

המתמטיקה שאנחנו רוצים ללמד

רקע

במהלך המפגשים התייחסנו למתמטיקה שאנחנו רוצים ללמד - הן מבחינת התוכן הן מבחינת האופן שבו ילמדו אותה התלמידים. בפרק זה נדגיש היבטים הקשורים ל"מה ילמדו?" ובפרק הבא נתמקד ב"כיצד ילמדו?" (אנו מודעים לקשר ההדוק בין שתי השאלות).

במפגשים שמענו שלוש הרצאות שהתייחסו להזדמנות של תלמידים בחטיבת ביניים להתמודד עם פתרון בעיות - כלומר עם שאלות שעבורן אין פרוצדורה או דרך פתרון מוכנה מראש:

ג'ואן פריני-מנדי (Joan Ferrini-Mundy) התייחסה למסגרת המושגית של פיז"ה וראתה בפתרון בעיות מטרה של הוראת מתמטיקה עבור אזרחי העתיד.

אבי ברמן ראה בפתרון בעיות דרך להיחשף ליופי ולמהות של עשייה מתמטית.

ברברה יבורסקי (Barbara Jaworski) התייחסה לפתרון בעיות כהגשמה של הוויה חקרנית כללית (inquiry as a way of being).

ז'ורג קרמר (Jürg Kramer) התייחס למתמטיקה הנלמדת בחטיבת הביניים בגרמניה. במדינה זו תוכנית הלימודים תואמת במידה רבה את המסגרת המושגית של פיז"ה ומשלבת אוריינות מתמטית, פתרון בעיות, מתמטיקה בהקשר ומידול מתמטי. מעבר לתכנים מתמטיים ספציפיים, תוכנית הלימודים בגרמניה מדגישה למידת תכנים מסוימים לצד יכולות כלליות וגישות שלדעתם הן חשובות לחינוך המתמטי של תלמידי חטיבת הביניים: ארגון עצמי, הערכה עצמית, נכונות להתאמץ והתמדה.

דילמות מרכזיות

מהו האיזון הדרוש בתוכנית הלימודים בין הקשר מציאותי לבין הוראת מתמטיקה מופשטת?

צד א: ראוי לתת מקום לשני היבטים גם יחד

1. מדובר בשני היבטים משלימים של המתמטיקה ומן הראוי לזמן לתלמידים הזדמנויות ללמוד את שניהם.
2. שימוש במתמטיקה בעולם החוץ-בית-ספרי היא רכיב בסיסי בתרבות המתמטית.
3. ניתן ללמד מתמטיקה בהקשר תוך-מתמטי וכך, לחזק הן כישורי אוריינות מתמטית והן תוכן מתמטי.

צד ב: אין צורך לתת מקום למתמטיקה בהקשר מציאותי

1. היקף תוכנית הלימודים מוגבל ועלול להיווצר מצב של 'תפסת מרובה, לא תפסת'.
2. חלק מההקשרים ה'מציאותיים' הם מאולצים (למשל - חישוב שטח גינה) ואינם 'סוחפים' ולכן, אינם משרתים את המטרה הרצויה.

עבור מי מתאימה למידת מתמטיקה בהקשר מציאותי?

צד א: למידת מתמטיקה בהקשר מציאותי מתאימה רק לתלמידים בעלי זיקה למתמטיקה

1. הקשר מציאותי מערב למידת מתמטיקה לצד ידע מתחומים אחרים. תלמידים ללא זיקה חזקה למתמטיקה יתקשו להתמודד עם אחד או יותר מהתחומים.

2. תלמידים ללא זיקה חזקה למתמטיקה יתקשו לגשר על הפער שבין הבסיס המתמטי שנלמד בבתי הספר לבין המתמטיקה במציאות (הצפנה, ניווט).
3. הקשר מציאותי מלווה במלל המהווה מכשול נוסף לתלמידים רבים בשל קושי בהבנת הנקרא.
4. ניתוח של ציוני תלמידים במבחני פיז"ה וטימס (TIMSS - Trends in International Mathematics and Science Study) לפי רמת הלימוד במתמטיקה מראה, כי תלמידים הלומדים ברמות גבוהות משיגים ציונים גבוהים בהרבה מתלמידים הלומדים ברמות נמוכות.

צד ב: למידת מתמטיקה בהקשר מציאותי מתאימה לכל התלמידים

1. מחקרים רומזים שדווקא תלמידים בעלי הישגים נמוכים במתמטיקה עשויים להזדקק יותר ללמידה מתוך הקשר, למשל מאחר שקשה להם לשנן נוסחאות "ללא הבנה". עם זאת, חסר ידע מחקרי לגבי מאפיינים של תלמידים ברמות בקיאות 1-2 במבחני פיז"ה.
2. אם תשולב למידה בהקשר מציאותי עם פדגוגיה מותאמת (כגון למידה שיתופית בקבוצות), יוכל כל תלמיד להתחבר לנושאים שבהם הוא שולט היטב ובכך לתרום לקבוצה.
3. הקשרים חוץ-מתמטיים עשויים לקדם היבטים אפקטיביים (מוטיבציה ורגש) אצל כל התלמידים.

האם יש צורך בשינוי תוכנית הלימודים לחטיבת הביניים כדי להדגיש אוריינות מתמטית?

צד א: אין צורך בשינוי תוכנית הלימודים

1. הפריסה שמשרד החינוך מציע עבור תוכנית הלימודים לחטיבת הביניים כוללת לפחות משימת אוריינות מתמטית אחת מדי חודש, חלקן מתוקשבות וחלקן לא.
2. יש שפע של חומרי הוראה אורייניים. אם מורים ומורות בתוך המערכת אינם עושים בהם שימוש, כנראה שהם אינם מתאימים למטרותיהם ולצורכיהם (הכנה לבגרות, מעבר לתיכון).
3. תוכנית הלימודים הנוכחית טובה, אך חלק ממטרותיה נותר הצהרתי מאחר שספרי הלימוד משדרים מסר שונה. על השינוי להיות גורף - בבחינות הבגרות וכתנאי לאישור ספרי לימוד לשימוש בכיתות.

צד ב: יש צורך בשינוי תוכנית הלימודים

1. יש לנסח במפורש מהי החשיבות של משימות האוריינות כדי להבהיר למורים מדוע חשוב שיקדישו חלק מזמן השיעור לביצוע המשימות.
2. יש לנסח במפורש כיצד מומלץ להפעיל בכיתות את משימות האוריינות ולמי הן מיועדות. התלמידים והמורים אינם רגילים למשימות כאלו, וקיימות עדויות לכך שהמשימות מלוות בתיווך רב ההופך אותן הלכה למעשה לבעיות פרוצדורליות.
3. הפיכת האוריינות המתמטית ליעד מפורש בתוכנית הלימודים עשויה לעודד תיכונים להסתמך על כישורים אלו אצל בוגרי חטיבות הביניים.

מהו האיזון הדרוש בין למידה המתבססת על הפעלת טכניקה (פרוצדורה) מוכרת לבין למידה מתוך משמעות בלימודי המתמטיקה?

צד א: יש להתמקד בעיקר בהפעלת טכניקה (פרוצדורות מוכרות)

1. שליטה נאותה בטכניקה ובמיומנויות בסיס היא תנאי הכרחי להצלחה בחטיבה העליונה.

2. הבנה ללא טכניקה אינה מספיקה להצלחה בבחינות הבגרות. למשל, בשאלות הסתברות יש תלמידים שמצליחים לקרוא עמוד שלם ולבנות משוואה מתאימה, ואולם אז, הם מסתבכים בפתרון משוואה עם נעלם יחיד במכנה.
3. מורים בשטח מדווחים שהתלמידים אינם מתרגלים מספיק ושזו סיבה מרכזית להישגים נמוכים. לכן, אם יתווספו שעות לימוד נוספות במתמטיקה יהיה עדיף להקדישן לתרגול ורק אחר כך, לשקול אוריינות והקשר לחיי היום-יום. בשל העומס של תוכנית הלימודים, חשוב פחות ללמד תחומי העשרה, גם אם מדובר בנושאים מותאמים לחטיבת הביניים.

צד ב: יש להתמקד בעיקר בלמידה מתוך משמעות

1. למידת מתמטיקה צריכה להתבסס על שאלות "הבנה" המתמקדות בפיתוח משמעות. ניתן למשל ללמד את הטכניקה האלגברית על בסיס צורך לפתרון בעיות - ככלי ולא כנושא בפני עצמו.
2. כל טכניקה פורמלית אפשר להנגיש, ללמד ואז ללמוד בצורה שתתמוך בפיתוח תובנות והבנות. גורם מפתח בעשייה שכזו - מורה מושכל, משכיל ומוכשר בהתאם.
3. אם מפחיתים את כמות התרגול ניתן להקצות את הזמן שמתפנה הן לפיתוח משמעות הן למתמטיקה 'יפה'. ניתן להתמקד באופן שבו כלים טכנולוגיים מודרניים מסייעים בחישובים ובפתרון בעיות יישומיות. למשל, שימוש באפליקציה הפותרת משוואות לצורך חקר של בעיה יישומית.

האם תוכנית הלימודים במתמטיקה עמוסה מדי וצריך להוריד ממנה נושאים?

צד א: כן, כדאי להוריד נושאים

1. איכות על חשבון כמות - אם 'רצים בחומר' ומתמקדים ב'כיסוי' הנושאים, אין זמן לחקר, להעמקה או להרחבה.
2. אם נוריד חלק מנושאי הלימוד יתפנה זמן עבור תרגול נוסף לקראת בחינות וכך ישתפרו הישגי התלמידים.
3. הורדה של נושאים תוכל לקדם היבטים אפקטיביים (מוטיבציה ורגש) - ניתן להקצות את הזמן שיתפנה עבור אוריינות, מתמטיקה יפה, העשרה או המחשת הרלוונטיות של מתמטיקה לחיינו.
4. בכלל, יש גישה חינוכית שהתעצמה בעקבות למידה מרחוק בתקופת הקורונה, אשר מבקשת לארגן את הלמידה באופן כללי יותר סביב מיומנויות למידה ופחות סביב הספק של חומר. גישה זו מדגישה פיתוח של לומדים עצמאים, אשר יוכלו להשלים פערים ב"חומר".

צד ב: לא כדאי להוריד נושאים

1. תוכניות הלימודים ליסודי ולחטיבת הביניים כוללות מתמטיקה בסיסית, כך שאין בהן הרבה 'מרחב תמרון'. ניתן לשנות את היקף העיסוק בחלק מהן - לדוגמה, יש כוונה להפחית משמעותית את מספר השעות המוקדשות לפונקציה ריבועית בכיתה ט' על חשבון לימוד של פונקציות שונות כדי שהתלמידים לא יסיימו את החטיבה עם הבנה שהפונקציות היחידות שקיימות הן קווית וריבועית.
2. מתמטיקה נלמדת לרוב ב'מגירות' במקום ב'רשת', כלומר תוכנית הלימודים אינה מקשרת במפורש בין נושאים שונים במתמטיקה. הדגשת הקשרים היא דרך טובה עבור התלמידים לראות את היופי של המתמטיקה ואת פניה המגוונות. נוצרת כך תשתית שמאחר יותר ניתן יהיה להרחיבה.
3. חיבור בין נושאים שונים במתמטיקה עשוי לצמצם את זמן ההוראה הנדרש וכך נמנעת הפחתת נושאים.
4. תלונות קבועות נשמעות מכיוון האקדמיה לגבי ירידה ברמת הידע המתמטי של סטודנטים, ולכן, הפחתה נוספת בתכנים הנלמדים עלולה לעורר התנגדות.

תובנות

- עיסוק בפתרון בעיות בשיעורי מתמטיקה בחטיבת הביניים הוא רצוי. הבעיות יכולות לעסוק בהקשר מציאותי או בהקשר תוך-מתמטי, ובכל מקרה, מן הראוי, שתינתן לתלמידים הזדמנות לפתור בעיות מבלי שתהיה להם, לצורך כך, פרוצדורה מוכנה.
- כדי לעודד מורים להתמקד בבעיות של אוריינות מתמטית יש לחדד את הסיבה להתמקדות בכישורים שהמסגרת המושגית של פיז"ה מדגישה, כמו החשיבות לשימוש במתמטיקה בהקשרים מציאותיים יותר וכן, פיתוח מיומנויות לפתרון בעיות בכלל. המסר אינו אמור להיות "חייבים להיות טובים בפיז"ה", מאחר שזהו רק כלי הערכה המתמקד בהיבט מסוים של המתמטיקה ולא תחליף לחינוך מתמטי נאות.
- יותר מבעבר, עידן הקורונה, שבו סביבת הלמידה משתנה (מרחוק, באופן מלא או חלקי, או בכיתה), מדגיש את החשיבות של פיתוח לומד עצמאי ושל למידה מתוך עניין. לצורך כך, מן הראוי, לשים דגש רב יותר על משימות של פתרון בעיות בכלל ועל פתרון בעיות אורייניות בפרט, שבהן התלמידים עובדים לבד ובקבוצות כדי לפתח דרכים לפתרון, והמורה מלווה ותומך.
- כדי להבטיח גישה מלאה לכל משימות האוריינות יש להקל על מורים את הגישה לתכנים אלו.
- כדי לעודד למידה מתוך משמעות ולא רק הפעלה של פרוצדורה מוכרת, חשוב שתהליכי למידה אלה יבואו לידי ביטוי גם באופי ההערכה (למשל, הערכה על תהליכי למידה או שילוב של בעיות שעבור פתרוןן אין לתלמידים פרוצדורה מוכרת).
- אין נוסחה אחידה עבור היקף שעות הלימוד המוקדשות לפיתוח משמעות וללמידת פרוצדורות כפונקציה של כיתה, מורה ונושא. יש למצוא איזון ביניהן בכל מקרה לגופו - בהתאם למטרות ובשיתוף עם מורים ואקדמיה.
- כדי לשלב בין מתמטיקה עיונית למתמטיקה מעשית ניתן לדרוש הגשת פרויקט בסוף כיתה ט' שיבטא את האיזון בין שני ההיבטים. בחירה כזו פותחת אפשרות לתלמידים להעמיק בתכנים המועדפים עליהם. המחיר של דרישה כזו: מחסור שקיים כבר עתה במומחים שינחו ויבדקו עבודות גמר במתמטיקה. אם כל תלמיד ותלמידה בכיתה ט' יגישו פרויקט, צריך יהיה להכשיר מורים להנחות פרויקטים וכוח אדם שיבדוק אותם. ניתן גם להביא בחשבון שילוב של הערכה עצמית והערכת עמיתים - בארץ קיים ניסיון מחקרי בסוגיות האלה.
- אפשר לשקול להקצות פרק זמן מסוים, למשל בכיתה ט, שבו מתמקדים בפתרון בעיות בכלל ופתרון בעיות אורייניות בפרט. הסיכום של יחידה כזו יכול להיות פרויקט (כפי שמתואר בסעיף הקודם) או הערכה חלופית אחרת.

בספרם "אי-שוויון בחינוך: ממחקר למדיניות" מתייחסים איילון, בלס, פניגר ושביט (2019) הן לנושא של הסללה והקבצות והן לפדגוגיות שונות בהקשר של אי-שוויון בכלל ובלמודי המתמטיקה בחטיבת הביניים בפרט. יריב פניגר התייחס לנושאים אלה בהרצאתו ובדיונים שבהם השתתף במסגרת המפגשים שקיימנו. מחקרים מראים כי במערכת החינוך הישראלית קיים קשר הדוק בין המעמד הסוציו-אקונומי וההשכלה של ההורים לבין ההקבצה במתמטיקה שאליה משובצים ילדיהם. בישראל מקובל לראות במיון ובהפרדה את הפתרון המרכזי לשונות בין התלמידים. עם זאת מחקרים מראים שתלמידי ההקבצות הבינוניות והנמוכות משלמים מחיר אישי גבוה על השיבוץ שלהם. מחיר זה בא לידי ביטוי בהיקף נמוך משמעותית של הנושאים הנלמדים, בהנמכה של תפיסה עצמית ושל שאיפות לעתיד ובתיוג המשפיע על המשך הלימודים. גם תלמידים חזקים מבחינה לימודית עלולים להיפגע מהצבה להקבצה גבוהה, שכן, התפיסה העצמית והשאיפות העתידיות של תלמידים מושפעות מהשוואה לחבריהם; תלמידים בעלי יכולות גבוהות הלומדים בסביבה הומוגנית של תלמידים דומים להם, עלולים לסבול מירידה בתפיסה העצמית שלהם, לטפח שאיפות נמוכות יותר ואף להיפגע ברמת הציונים. לנוכח זאת, לשימוש המוגבר בהקבצות בחטיבת הביניים בישראל עשויות להיות השלכות עמוקות על אי-השוויון החברתי בישראל ועל הנגישות ללימודי מתמטיקה ברמות הגבוהות ביותר. אפקט ההסללה של שיבוץ להקבצה זו או אחרת מעלה את השאלה באיזה גיל תלמידים די בשלים לקבל החלטות העשויות להשפיע באופן משמעותי על עתידם. מקבלי החלטות, מנהלים ומנהלות, מורים והורים צריכים להיות מודעים למחיר של הגישה הפדגוגית הזאת ולאטרנטיבות שלה. חשוב להכשיר מורים לעבודה עם כיתות הטרוגניות וחשוב להשקיע בהטמעה של פדגוגיה המותאמת לקבוצות הטרוגניות.

ההמלצות שנוסחו בנייר עבודה בנושא הוראת מתמטיקה בחטיבת הביניים, בראשותה של פרופ' רוחמה אבן, עולות בקנה אחד עם טענות אלה. ההמלצות לגבי הסללה כללו: תוכנית לימודים משותפת לכל תלמידי חטיבת הביניים, מתמטיקה תילמד בכיתות הטרוגניות בכיתות ז'-ח' ובכיתה ט' אפשר יהיה לעבור להטרוגניות מתונה.

איילון, בלס, פניגר ושביט (2019) מתייחסים ללמידה שיתופית בכיתה הטרוגנית כפדגוגיה המאפשרת הפחתה של אי-שוויון תוך העלאת ההישגים של כלל התלמידים הן החזקים והן החלשים יותר. עוד הם מתייחסים לחשיבות שיש לעבודה פרטנית ומותאמת עם התלמידים החזקים לכך. שיחות עם מורים מלמדות, כי השימוש שנעשה בפועל בשעות הפרטניות שמשרד החינוך מקצה לכך אינו נעשה תמיד בהלימה לצורך.

דילמה מרכזית

כיצד משפיעה שיטת ההקבצות על הלומדים ועל המורים?

צד א: יתרונות ההקבצות

1. שיטת ההקבצות מאפשרת ניהול שיח מתמטי משמעותי ברמה גבוהה בו משתתפים רוב התלמידים בהקבצה.
2. שיטת ההקבצות יוצרת קבוצות עם הטרוגניות נמוכה יותר, שמאפשרת למורה ללמד באופן המתאים יותר למרבית התלמידים.
3. ביטול שיטת ההקבצות עשוי לפגוע מבחינה אפקטיבית (ריגושית) בתלמידים שהשיגיהם נמוכים, לנוכח פערי היכולת הגדולים ביניהם לבין אלה שהשיגיהם גבוהים. למשל, בכיתה הטרוגנית ישיב תלמיד חזק על שאלה עוד לפני שתלמיד אחר יספיק להקדיש לה מספיק זמן כדי להתמודד איתה בהצלחה. ביטול שיטת ההקבצות עשוי לפגוע מבחינה אפקטיבית (ריגושית) גם בתלמידים שהשיגיהם גבוהים - אם המורה תיאלץ לכוון "נמוך" יותר, תלמידים חזקים עלולים להשתעמם.

צד ב: חסרונות ההקבצות

1. למידה בכיתה הטרוגנית תורמת לכלל התלמידים - הן בחשיפה לשיח עם תלמידים שהשיגיהם גבוהים והן בחשיפה לדרכי חשיבה של תלמידים שהשיגיהם נמוכים.
2. החלוקה להקבצות מגבירה את המוטיבציה של מורים ומורות בתיכון להשאיר את המצב הקיים כפי שהוא (תלמידים המסיימים את חטיבת הביניים בהקבצה ב' יוסללו ישירות ל-3 יח"ל). ואולם למורים בחטיבה אין יכולת אמיתית למיין את היכולות של תלמידיהם ולנבא את הדרך המתאימה להם עד סוף כיתה י"ב.
3. החלוקה להקבצות אמורה אומנם לעזור גם לחלשים, אבל בפועל היא בעיקר מרחיבה את הפער מאחר שהמורים המיומנים יותר משובצים לעיתים קרובות לקבוצות החזקות.

תובנות

- בהתלבטות בין שיטת ההקבצות לבין כיתות הטרוגניות יש מחיר לבחירה בכל אחת מהחלופות. כיתות הטרוגניות עשויות אומנם להועיל לכלל התלמידים, אך הן מקשות על המורה. חלוקה להקבצות מקילה מאוד על המורה, אך פוגעת בתלמידים - בעיקר באלה שבקצוות - בעלי ההישגים הגבוהים מאוד ובעלי ההישגים הנמוכים מאוד.
- כדי לאפשר גם למאחרים לפרוח' להתקדם, החלוקה לקבוצות צריכה לכלול מנגנון ניידות שיאפשר לתלמידים לעבור בין הרמות בצורה פשוטה יותר.
- במקום לבטל לחלוטין הקבצות והסללה אפשר לשקול דרך ביניים כמו דחיית ההקבצות לכיתה ט' או צמצום כמות ההקבצות. ובכל מקרה, מידת העיסוק במתמטיקה בכיתות שלפני ההסללה צריכה להיות משמעותית כדי לאפשר ללומדים לזהות את החוזקות ואת החולשות שלהם, וכך, להבטיח רמת לימודים שתהיה מותאמת להם.
- אחד הקשיים המרכזיים בהסללה הוא שאין מדיניות לגבי ההקבצות החלשות - במקרים רבים מוקצים בהן מורים חדשים ללא ניסיון הולם או כאלו הנחשבים מיומנים פחות, וקבוצות אלו מקבלות פחות שעות במערכת, אך שדווקא אלה המוצבים בהן עשויים להזדקק ליותר שעות. רצוי שתהיה מדיניות ברורה באשר לסוג המורים המלמדים בהקבצות השונות, באשר להכשרה המקצועית למורי ההקבצות השונות, ולגבי היקף השעות

המוקדשות ברמות השונות. לצורך כך, יש להציב יעדים כדי לייצר מוטיבציה בקרב מנהלים ומנהלות - אם הם יימדדו בעיקר על פי מידת ההצלחה של התלמידים ב-3 יח"ל, סביר שיוקצו לקבוצות אלה מורים הנחשבים טובים יותר או בעלי ניסיון רב יותר.

- התקדמות הטכנולוגיה מאפשרת כבר כעת להפעיל באופן נקודתי פדגוגיה של הוראה מותאמת-תלמיד (פרסונליזציה). פדגוגיה כזו תאפשר לזמן עבור כל תלמיד ותלמיד את הזדמנויות הלמידה המתאימות להם ולפי יכולתם. עם זאת, עדיין אין נתונים באשר להשלכות של מעבר מערכתי כללי להוראה מותאמת-תלמיד מבחינת התכנים הנדרשים, ההזדמנויות, משאבי הלמידה, המערכת וההערכה.
- על מנת לאפשר הוראה בכיתה הטרוגנית ראוי להקפיד הן במהלך הכשרת המורים והן לאורך השנים, שמורים יוכשרו בשילוב פדגוגיות המעודדות למידה עשירה והפחתת אי-השוויון, כמו למידה שיתופית ולמידה סביב פתרון בעיות ומשמעויות. שימוש בפדגוגיות סטנדרטיות עלול לעודד מורים לנסות לגרום לתלמידיהם להצליח באמצעות הורדת הרמה - מהלך שיוביל לשעמום וימנע הזדמנות להשתפר.
- אם יושם דגש על הידע המתמטי של המורים, כמו גם על הידע של מורים בגישות הוראה מגוונות, הם ידעו להסביר לתלמידיהם בדרכים המתאימות לסוגי לומדים שונים.

השלכות להתפתחות מקצועית של מורים בפועל

רקע

בארץ ובעולם רווחת מגמה לקדם פיתוח מקצועי של מורים באמצעות קהילות לומדות. אם בעבר פיתוח מקצועי נעשה במסגרת של השתלמויות מורים, אשר בהן תפקיד המורים היה ללמוד על פי מטרות ותכנים שקבעו מראש גורמים שונים במערכת החינוך, קהילות המורים מדגישות את האוטונומיה של המורים לבחור את המטרות ואת התכנים שיילמדו כמו גם את הדרכים שבעזרתן ישיגו מטרות אלה. ברברה יבורסקי (Barbara Jaworski) הבחינה בהרצאתה בין התפתחות מקצועית למורים (השתלמות מורים) לבין התפתחות מקצועית עם מורים (קהילה המשותפת למורים, לחוקרים, למתמטיקאים ולמורי מורים).

מעבר זה לקהילות של מורים מתבסס בין היתר על ממצאי מחקרים ועל המלצות המדגישות את החשיבות שיש לשיתוף פעולה בין מורים ולטיפוח מנהיגות חינוכית. ישנן קהילות הכוללות מסגרת מובנית הקובעת בין היתר את המטרות הכלליות של הלמידה המשותפת. ועדיין, בתוך המסגרת ניתנת למורים אוטונומיה בתהליך הלמידה. בהרצאתה, התייחסה יבורסקי לפיתוח הוראת מתמטיקה דרך קהילות חקר שבהן ילמדו המשתתפים יחד ויחוו חקר מתמטי וחקר בהוראת מתמטיקה, כחלק מההוויה המקצועית שלהם.

אחת השאלות שנדונו במפגשים נוגעת ליצירת שינוי מתמשך בקהילה, כלומר - כיצד ניתן לבנות קהילת מורים לומדת יציבה, שתוסיף לפעול גם בתום תקציב ההתערבות? בהשוואה לקהילות מקצועיות אחרות, כמו רופאים או עורכי דין, נראה כי מורים אינם יוצרים מאגר ידע פרקטי (להבדיל מאנציקלופדי) שיתופי ומרוכז שיוכלו להיתרם ממנו. מתוך הדיונים עלה כי ראוי להבחין בין קהילת פרקטיקה לבין קהילה לומדת - צורכי ההישרדות של המורים מכתבים העדפה של קהילת פרקטיקה, ואילו קהילות לומדות נוטות לדעוך.

דילמות מרכזיות

מה צריך להיות אופי תפקידו של המורה - 'מרצה' במרכז או 'מורה חוקר' במרכז?

צד א: מורה חוקר (בכיתה ובהשתתפות בקהילה)

1. בעידן המידע קל יותר למצוא תשובות לשאלות ולכן, אין צורך להסתמך על המורה כמקור הידע, אלא לדרוש מהתלמידים לאתר את המידע בעצמם.
2. המורה הוא דוגמה עבור תלמידיו, ובפרט לאמירה 'אם אין יודעים משהו - ניתן ללמוד יחד'.
3. שינוי כזה בהגדרת תפקיד המורה כולל מתן הזדמנות לתלמידים לחוות תהליך של חקר וגילוי כחלק בלתי נפרד מלימודי המתמטיקה. הזדמנויות כאלה יביאו לשינוי בתפיסת התלמידים את מהי מתמטיקה ומה כוללת עשייה מתמטית.
4. שינוי כזה עשוי להביא למוטיבציה רבה יותר שכן הדגש אינו על מציאת פתרון אחד נכון במהירות, אלא על תהליך הכולל כיווני חשיבה שונים, דרכים מגוונות לפתרון, התמודדות עם טעויות ועוד.

צד ב: מורה אינו חוקר

1. מורים הם אינם חוקרים – כדי להיות חוקר דרושה הכשרה מיוחדת הכוללת דגש על שיטות מחקר ועל התנסות בביצוע מחקרים.
2. מורים הם מקור ידע אמין. אומנם קל למצוא מידע ברשת, אך פעמים רבות המידע כוזב וקשה לאתר את המקורות האמינים שניתן להסתמך עליהם בביטחון. לעיתים קרובות, מורים מצפים מהתלמידים לפתור בעיות בשיטות מסוימות, והם אלו המעריכים את עבודת התלמידים.
3. שליטה בידע התוכן נחשבת מקור לסמכות ולכן, מורים עשויים להימנע ממצב שבו הם נתפסים כאילו אינם יודעים את כל התשובות לשאלות התלמידים.
4. במצב הקיים, למורים ואפילו למנהלים אין את החופש ללמד ולנהל על פי ה'אני מאמין' שלהם. המערכת היא ריכוזית ובירוקרטית מאוד.
5. במצב הקיים, מורים למתמטיקה אינם מתנסים מספיק (או בכלל) בפתרון בעיות במהלך הכשרתם - הן בלימודי המתמטיקה באוניברסיטה או במכללה והן בהכשרה להוראה. לפיכך, קשה לצפות מהם לפתח יכולת כזו 'יש מאין' – ועל אחת כמה וכמה להנחילה לתלמידים.

כיצד ניתן לעודד מורים להתפתח מקצועית?

צד א: לא נדרש יותר משינוי קל של המצב הקיים

1. מורים מקבלים גמול השתלמות המאפשר להם לעלות בדרגה ולקבל משכורות גבוהות יותר.
2. יש מורים הזקוקים להשתלמות מסוימת (למשל, חיזוק ידע תוכן) אך מעדיפים לעיתים שלא להשתתף בה, אם עצם ההשתתפות נתפסת כהודאה בחולשה מול ההנהלה או מול העמיתים. מבנה ריכוזי של המערכת יחייב את המורים להשתתף בהשתלמות ויפטור אותם מהדילמה.
3. המבנה הקיים מאפשר למורים לקבוע מראש מטרות רחוקות טווח להתפתחות מקצועית ומעניק להם אוטונומיה ותקציב כדי לבחור את האמצעים שישמשו להשגתן.

צד ב: המצב הקיים זקוק לשינוי מהותי

1. מורים עסוקים בעיקר בעמידה ביעדים ובהספקים ואינם פנויים להתפתחות מקצועית. במצב הזה, הם נוטים לבחור השתלמויות על פי רמת ההשקעה הנדרשת ולא על פי נחיצות מקצועית.
2. הרכב שעות עבודה של מורה שעל פיהן הוא מקבל שכר (24 שעות פרונטליות, 4 שעות שהייה) מגדיר בפועל מה מצופה ממנו – ללמד בכיתה.
3. מורים מתבקשים להגיע להשתלמות מחוץ לשעות העבודה (בעוד שרופאים, למשל, משתלמים בזמן העבודה). ההתפתחות המקצועית של מורים חייבת להיות חלק מהגדרת התפקיד, כולל השתתפות בקהילות מורים.
4. מן הראוי לשקול שינוי באופיין של השתלמויות המורים – כדאי לאפשר למורים לקבוע חלק נכבד מנושאי ההשתלמות שבהם הם רוצים לדון.

תובנות

- כדי לאזן בין צורכי המערכת לבין הצורך של המורים באוטונומיה מקצועית, ניתן לאפשר לכל חברי הקהילה (חוקרים ומורים) להציע מטרות ולהגדיר יחד סדרי עדיפויות עבורן, כך שגם המטרות ה"גדולות" יונחו על השולחן ולא יטבעו בים המטרות ה"קטנות".
- כדי לאזן בין צורכי המערכת לבין הצורך של המורים באוטונומיה מקצועית, ניתן לפתוח קהילות רבות בנושאים שונים, ומורים יוכלו להצטרף לקהילות מרצונם החופשי בהתאם למטרותיהם.
- יש לעודד שיתופי פעולה בין האקדמיה והשטח - פיתוח של קהילות מורים והשתלמויות שבהן משתתפים אנשי אקדמיה ואנשי שטח כדי שאפשר יהיה ללמוד יחד ברמה גבוהה.
- כדי לעודד מורים להתפתח מקצועית כדאי להרחיב את גבולות הגזרה של האוטונומיה שלהם - לשלב אותם בתהליך קבלת החלטות הנוגעות להם, כולל קביעת המטרות באשר לאופי הקהילה.
- כדי לעודד מורים להתפתח מקצועית צריך להקצות לשם כך שעות בתוך המערכת ולהקפיד שהן אכן יוקדשו לפיתוח מקצועי.
- כדי לחזק את מעמדם של מורים שהשתתפו בהתפתחות מקצועית, כדאי לתמרץ בתי ספר שנעזרים בידע של מורים מצוות ההוראה המשמשים גם בתפקידי הדרכה.

מפגש 1 - הוראת מתמטיקה במאה ה-21 / Prof. Koeno Gravemeijer

הטכנולוגיה המודרנית מאפשרת להחליף חלק מהמשרות הקיימות, ומגמה זו צפויה להחריף עוד יותר בהמשך, בין היתר לאור חוק מור (Moore), שלפיו עוצמת המחשוב, מספר הטרנזיסטורים ועוד גדלים פי שניים מדי שנתיים. משרות שניתן לבצע אותן בצורה מכנית נעלמות (למשל מרכזניות) או משתנות (למשל בנקאיות). נראה כי לשוק העבודה יש צורך בכישורים אחרים.

למתמטיקה יש תפקיד מרכזי בתהליך זה, אף שהיא לרוב נסתרת מעיני האנשים. על פי קונרד וולפרם, בעולם האמיתי אנו משתמשים במחשבים לשם חישוב, בעוד שבבתי ספר אנו משתמשים באנשים לשם כך. המורה מנסח את הבעיה והתלמיד פותר אותה, בעוד שבעבודה אתה מנסח את הבעיה והמחשב פותר אותה. למחשב יש כוח עצום בהמחשה של תהליכי שינוי שבבסיס החשבון הדיפרנציאלי. שימוש במחשב יכול לגרור מספר שינויים:

א. מעבר מיישום לניסוח - המחשב יבצע את העבודה הטכנית.
ב. הבעיות תהיינה מורכבות יותר - מאחר שהקושי הטכני בביצוע לא ייפול על התלמיד.
המסגרת המושגית של פיז"ה מבחינה בין ארבעה שלבים: תרגום המצב המציאותי למתמטיקה (מידול/ניסוח), הפעלת השיטות המתמטיות (יישום), פירוש התוצאה המתמטית והכללה אפשרית של התוצאה.
בעיה לדוגמה - מדוע בישראל חם יותר מאשר בהולנד? האם זה משום שאזור קו המשווה קרוב יותר לשמש? חישובים מראים כי לא זה המצב. הסבר מדויק מביא בחשבון את כיסוי העננים, את השטח שזוכה לקרני שמש בזווית ישרה, את הצמחייה ועוד.

שלב המידול הוא קשה, וחשוב להיות מסוגלים לבדוק שאחרים מידלו כראוי את המצב המציאותי. כושר נוסף הוא אומדן והערכה, למשל בחישוב 119×27 . ניתן למצוא כמה קירובים שיאפשרו לנו להגיע לתוצאה קרובה למדי גם בחישוב מנטלי. קירובים כאלו עשויים לערב הורדת נקודות עשרוניות, עיגול לעשרת קרובה או למספר נוח ועוד. בשלבים מאוחרים יותר של הלימוד, באלגברה, נדרש 'חוש לסמלים' כדי לבצע בקרה על החישובים. מהי 'הבנה' של המתמטיקה? ניתן לבחון מושג מנקודות מבט שונות, לחבר בין מושגים שונים, להתאים בגמישות את הגישה שלך לבעיה. נדרש מעבר מהבנה מבוססת הקשר מסוים להבנה נטולת הקשר. זהו גם מעבר מהמוחשי אל הפורמלי והמופשט. למשל, כשלומדים שברים, מתחילים בהקשרים מציאותיים מאוד ובקשרים לאחוזים, ליחסים ולשכיחות יחסית. עם הזמן עוברים לטיפול בשברים כמספרים בפני עצמם.

אילו כישורים מתמטיים נדרשים בחברה? ישנו שימוש הולך וגובר בסטטיסטיקה. הציבור צריך להבין לא את התהליך אלא את המשמעות. למשל, העובדה שתוחלת החיים הממוצעת הייתה בערך 50 אין פירושה שהיה קשה להגיע לגיל 60, אלא שהייתה תמותה גבוהה של תינוקות.

מפגש 1 - הצגת המסגרת המושגית של פיז"ה / Prof. Joan Ferrini-Mundy

ההרצאה סוקרת רק כמה מהרעיונות הרבים המוצגים במסמכים המלאים של PISA. המטרה היא לראות עד כמה יעילה ההכנה של מדינות לקראת שימוש במתמטיקה בחיים האישיים, המקצועיים והחברתיים. אוריינות מתמטית נשענת על הסקה מתמטית ועל פתרון בעיות. פתרון בעיות נשען בתורו על ניסוח, יישום ופירוש בהקשרים מציאותיים שונים (כולל בתוך המתמטיקה). ההסקה המתמטית נמצאת בליבו של מעגל המידול.

בימים טרופים אלו יש המון מתמטיקה בשיח הציבורי - קצבי שינוי, נקודות פיתול, גדילה מעריכית, ועוד. יש התאמה מסוימת בין העקרונות המרכזיים להבנה במסגרת של פיז"ה לבין מושגים בתוכנית הלימודים, וכדאי להתייחס אליהם בעת דיון בהתאמת תוכנית לימודים. עם זאת, תחומי התוכן (כמותי, אי ודאות ומידע, שינוי ויחסים, מרחב וצורה) אינם חופפים לנושאים בתוכנית הלימודים אלא מתארים היבטים שונים שלהם. בבחינה הקרובה (2022) יהיו ארבעה תתי-נושאים במוקד הבחינה - אחד בכל אחד מתחומי התוכן. כדי לפתור בעיות דרושים כישורים חישוביים - כלומר זיהוי דפוסים, פירוק לגורמים, בחירת הכלי החישובי המתאים לפתרון בעיה מסוימת ועוד.

מפגש 2 - המתמטיקה שיש ללמד בחטיבת הביניים / Prof. Jurg Kramer

הביצוע של ישראל במבחני פיז"ה דומה לביצוע של גרמניה - מקום סביר באמצע, אבל יש מקום לשיפור. בגרמניה, אחת הסיבות לכך היא שפחות שעות שבועיות מוקדשות ללימודי מתמטיקה בבית הספר. סיבה נוספת היא העלייה בהטרונגניות של התלמידים בכיתות - ומורים אינם עוברים הכשרה מתאימה כדי להתמודד עם שינוי זה (למשל, הרבה תלמידים ללא שליטה מספקת בגרמנית כשפת אם) או באופן כללי כדי ליישם את הסטנדרטים בבתי הספר. סיבה אחרת היא חוסר שליטה מספקת בכמה יכולות מרכזיות - ארגון עצמי, הערכה עצמית, נחישות, יכולת התמודדות עצמית. למשל, תלמידים מוותרים אם אינם מצליחים לפתור את השאלה בתוך מספר דקות.

יכולות קריטיות כוללות: יכולת להבנת המשמעות הלוגית של השפה, שליטה בכישורים אריתמטיים, זיהוי הצורך בהוכחות והיכרות עם תכונות של פונקציות, יכולת מידול ויכולת גיאומטרית בסיסית.

הסטנדרטים במתמטיקה בגרמניה כוללים שישה כישורים כלליים (טיעון, פתרון בעיות, מידול, שימוש בייצוגים מתמטיים, שימוש במאפיינים פורמליים וטכניים ותקשורת) וחמישה עקרונות מנחים מתמטיים (אריתמטיקה-מספרי, מדידה, מרחב וצורה-גיאומטרי, ייצוג פונקציונלי, ומידע וסיכוי-סטוכסטי). הם מסתמכים על שלוש חוויות בסיסיות (Winter, 1995): יישומיות (זיהוי המתמטיקה שסביבנו), רכיב פנימי של מתמטיקה כמייצגת חוויות ופתרון בעיות. כל הרכיבים הללו שזורים זה בזה. בנוסף, הסטנדרטים מגדירים שלוש רמות ביצוע - שחזור (שליפה), סינתזה של כמה נושאים והכללה.

בסוף כיתה י' נערכת בחינה לקראת קבלת תעודת סיום של החטיבה התחתונה. בחלק מהמדינות הפדרליות בגרמניה תעודה זו אינה מספיקה כדי לסיים בהצלחה את בית הספר. מותר לתלמידים להשתמש במחשבון שאינו מאפשר תכנות.

השאלות לדוגמה מנסות לכסות את כל המיומנויות שלעיל, עם זאת, תלמידים רבים מתקשים בהן. ייתכן שתוכנית הלימודים פשוט עמוסה מדי (איכות על חשבון כמות).

מפגש 2 - משפט, משחק ודירוג אתרים / פרופ' אבי ברמן

מבחינת הנושאים הנלמדים, תוכנית הלימודים בחטיבת הביניים היא טובה. מה שחשוב זה איך מלמדים. צריך לחנך את התלמידים לשאול שאלות וצריך להראות שמתמטיקה היא מקצוע שמתפתח כל הזמן ושהתחומים השונים במתמטיקה קשורים זה לזה.

דרך טובה לעשות זאת היא להפעיל את התלמידים, למשל על ידי פתרון בעיות. בהרצאה, פרופ' ברמן תאר שתי בעיות שנתן בקורס לתלמידי כיתה ט, במסגרת תוכנית אודיסיאה של מדעני העתיד: בעיה מהאולימפיאדה הבינלאומית למתמטיקה ב-1986, והשאלה - איך מדרגים אתרים. ראינו איך שתי הבעיות קשורות למשפט חשוב בתורת המטריצות - משפט פרון פרובניוס. ראינו שחשוב מאד לשאול שאלות, שיש קשר בין חידה תיאורטית ובעיה מאד שימושית. ראינו שחשוב לחשוב מחוץ לקופסא ואיך בעזרת משפט מתמטי, מייסדי גוגל ברין ופיג' הפכו למיליארדרים ושינו את העולם וראינו איך אפשר להרחיב חידה לבעיית מחקר.

מפגש 3 - מינוף שינוי חינוכי בסביבה הטרוגנית על ידי התערבות / Prof. Jill Adler

יש פערים גדולים בין אזורים שונים בדרום אפריקה, גם אחרי האפרטהייד. חלק מהפערים נובעים משפה, חלק ממגדר וגזע, חלק מריבוי דתות ותרבויות, וחלק מגישות שונות לידע ולמידה. ישנו קשר הדוק בין בעלי הכוח לבין בעלי ההון התרבותי - היכולת להשפיע על התרבות. ידע מתמטי ושליטה באנגלית פותחים דלתות להשכלה גבוהה, לתעסוקה ולהשפעה גדולה יותר. אנו שואפים להפוך את המתמטיקה לנגישה יותר כדי לעזור לאנשים.

אם מנסים לשנות יותר מדי במכה אחת - המהלך צפוי להיכשל. השינוי חייב להיעשות במנות קטנות. דוח OECD לשנת 2013 מתאר פערים עמוקים, בעיקר על רקע הבדלים סוציו-כלכליים. יש חינוך לכול, ויש מורים לכולם, אבל יש פערים בלמידה - בתי ספר שגובים תשלום מההורים מספקים תנאים טובים יותר לעומת הציבוריים: התלמידים מוכנים יותר, בריאים יותר, יש סביבה מוכוונת למידה בבית, יש משאבי הוראה טובים יותר בבית הספר ועוד. הממשלה ריכזה לעצמה סמכויות על תוכנית הלימודים ועל קצב ההוראה, אבל המצב עדיין אינו טוב: המורים סובלים ממורל נמוך ומתנאים לא טובים. מורים ללא הכשרה מספקת מלמדים - מורים שהוכשרו ללמד ביסודי מלמדים גם בחטיבת הביניים, ולפעמים גם אינם שולטים בשפה האנגלית. תצפיות בכיתה מראות שלעיתים קרובות כולם עסוקים, אבל לא ברור מהו נושא השיעור.

השתלמות מקצועית למורים התמקדה בתוכן, בבניית קהילה, התקיימה לאורך זמן ובאופן דומה לצורת ההוראה של המורים. הדגש היה למידה מבוססת יעדים - הגדרת 'סיפור' נהיר שיהיה בבסיס כל שיעור. חלק מההשתלמויות התמקדו במספרים שלמים - עד ההשתלמות היו מורים שלימדו מספרים שליליים בתור שילוב בין סימן לספרה והמציאו כל מיני חוקים משונים שעבדו עד שלב מסוים, מבלי להבהיר שמדובר בהרחבה של קבוצת המספרים הטבעיים.

"בחברות עם הכנסה נמוכה, ההפך מ'יותר' (more) הוא 'לא עוד' (no more) ולא 'פחות' (less)". חלק מהמאפיינים של הוראה איכותית הוא שימוש במשאבי הכיתה כדי לשפר את הלמידה - למשל בכיתות עם תלמידים דוברי מגוון שפות - ניתן לנצל את המגוון הזה להשבחת הלמידה.

מפגש 3 - הקבוצות ואי-שוויון בלימודי מתמטיקה בחט"ב / ד"ר יריב פניגר

הבדל מהותי במדיניות החינוך בין דרום אפריקה לישראל, הוא ששם הפערים הם בעיקר בין בתי ספר וכאן רוב השונות היא בעיקר בתוך בתי הספר. בנוסף, אצלנו יש פחות פערים בין בתי הספר ברמת המורות מבחינת הרקע המקצועי שלהן.

לבתי ספר יש צורך להתמודד עם שונות גדולה בין תלמידים, ולרוב הם עושים זאת על בסיס ביצועים באמצעות הקבוצות והסללה. הפרדה זו מאפשרת להרחיב את ההשתתפות בתהליכי ההשכלה ומזמנת גיוון, אך באופן זה גם נשמרים היתרונות של הקבוצות החזקות וכוחן גדל.

עבור המורות, ההקבוצות מאפשרות יעילות רבה יותר מאחר שהכיתה הומוגנית יותר ובאפשרותה לתת מענה מותאם לתלמידים בעלי יכולות שונות. עם זאת, המחקרים מלמדים שזה נכון בעיקר (או כמעט ורק) בהקבוצות הגבוהות - בהקבוצות הנמוכות הלמידה מועטה ונפגעת תפיסת המסוגלות העצמית. תלמידים אלו מבינים שיש מעט ציפיות מהם ומתנהגים בהתאם. מעבר לכך, אם ממקמים למשל תלמידה חזקה יחד עם תלמידות חזקות אחרות, היא עשויה לחוות ירידה בתפיסה העצמית שלה ואף להיפגע מכך ('דג גדול בבריכה קטנה').

המטרה של חטיבות הביניים הייתה להיאבק באי-שוויון ובהסללה ולאפשר הזדמנות שווה להשתלבות של תלמידות מרקעים שונים, אך ההקבוצות (בעיקר במתמטיקה ובאנגלית) משמרות למעשה את הפערים.

מחקר אורך על מבחני מיצ"ב מראה שיש קשר ישיר בין רקע SES (רמת ההשכלה של ההורים) לבין רמת ההקבצה של הנבחנים. ככל שרמת ההשכלה של ההורים גבוהה יותר, כך צפוי שהתלמיד יהיה בהקבצה גבוהה יותר (אולי גם כי להורים יש כוח רב יותר להשפיע על בית הספר). ההקבצה שבה נמצאים בחט"ב משפיעה במידה משמעותית גם על מספר היחידות בבגרות במתמטיקה.

יש מסלול ברור בין רקע SES לבין הצלחה ביסודי, ומשם להקבצה גבוהה בחטיבה, ואז לבגרות ברמה גבוהה. צריך להכשיר מורים לעבודה בקבוצות הטרוגניות.

אחת הדרכים היעילות ביותר להתמודד עם אי-שוויון, גם כשעובדים בקבוצות הטרוגניות, היא לתת עזרה פרטנית לתלמידים. הרפורמות בשכר המורים (עוז לתמורה, אופק חדש) הכניסו הרבה מאוד שעות פרטניות, אך המשאב האדיר הזה בדרך כלל אינו מופנה לעזרה לתלמידים בעלי הישגים נמוכים. ייתכן ששילוב בין כיתות הטרוגניות לבין סיוע פרטני אינטנסיבי לתלמידים בעלי הישגים נמוכים ייתן תוצאה טובה יותר מזו שאנו רואים במסגרת של ההקבוצות. בישראל רואים שבהקבוצות החזקות מלמדות מורות חזקות יותר, משכילות יותר ועם ידע יותר טוב, ובהקבוצות הנמוכות מלמדות מורות חדשות, עם פחות ידע ופחות השכלה. כלומר - אנחנו לא מפעילים את המנגנון עצמו, שאמור לעבוד.

מפגש 4 - פיתוח הוראת מתמטיקה באמצעות חקר / Prof. Barbara Jaworsky

מילת המפתח בכותרת היא חקר. בהכשרת מורים צריך להבחין בין for לבין with - לכל מילה יש משמעות שונה מבחינת המטרות ומבחינת הדרך. אני מאמינה ב-with - עבודת צוות מבוססת חקר שבה מורי מורים מפתחים גם הם את הידע שלהם ולא רק מעבירים ידע למורים.

לדוגמה, הייתי חלק מפרויקט מחקרי ארבע-שנתי בנוווגיה שעסק בקהילות לומדות במתמטיקה. במוקד הפרויקט היה שיפור החינוך המתמטי של התלמידים בכיתות, ומוקד זה היה משותף לחוקרים ולמורים. הבסיס התאורטי היה

חקר מתמטי בהוראת מתמטיקה וחקר פרקטיקות ותהליכים. הסדנאות אפשרו לכולם לשוחח זה עם זה ואז לחזור לעמיתיהם ולפתח גם אותם.

חקר מתחיל בשאלות שאלות וחיפוש תשובות או בזיהוי בעיה וחיפוש פתרונות. התהליך כולל תהיות, ניסיונות שונים, חיפוש דרך להתקדם, הצדקה של השערות, דיונים עם עמיתים והתבוננות ביקורתית על התהליך. החקר מיועד לא רק לתלמידים אלא גם עבורנו - מורים, מורי מורים, חוקרים ואחרים.

מטלות מבוססות חקר במתמטיקה אמורות לאפשר גישה קלה לרעיונות מתמטיים, כך שכולם יוכלו לגשת אליהן. הן אמורות לאפשר הזדמנויות לשאלות שאלות, הצדקות, פתרון בעיות ועוד. חשוב במיוחד לעודד את התלמידים לתפוס מקום מרכזי בעשיית המתמטיקה - ובדרך רצוי גם ליהנות מהתהליך.

המטלות האלו יכולות להוביל לרמות שונות של מתמטיקה, תלוי במורה ובכיתה. למשל, בבעיה השנייה [פרופ' יבורסקי מתייחסת לדוגמאות שהציגה בהרצאתה] צריך להסתכל מעבר לשאלה המסוימת. אפשר להמחיש אותה בעזרת אביזרים (שק עם עצמים אדומים ולבנים בתוכו). בשאלה השלישית - צריך קודם להבהיר למה הכוונה ב'צורה מישורית'. בכל השאלות יש התייחסות לאפשרות הכללה, מאחר שאכן קיימת אפשרות כזו. הציפייה היא שתלמידים ינסו כיוונים שונים, ישוחחו זה עם זה ויתקדמו כך.

בזמן שהתלמידים עובדים, המורה עובר ביניהם, מקשיב, מעודד דיונים, מכוון, מאתגר הנחות ובמידת הצורך מזכיר עקרונות מתמטיים מסוימים. תלמידים שונים מגיבים באופן שונה וזקוקים לתמיכה שונה.

דוגמה נוספת - כמה אזורים נוצרים על ידי חיתוך של n מעגלים במישור. רוב התלמידים חיפשו את המספר הגדול ביותר של אזורים שיכולים להיווצר, בעוד שתלמידה אחת חיפשה דפוס אחר. המורה אפשר לתלמידה הזו להמשיך בכיוון שהיא הציעה ולא חייב אותה לעזוב את הכיוון הזה ולחזור. תכונה זו נקראת 'חלופות' או תוכניות מגירה. פעילויות חקר בהכשרת מורים מתייחסות לחיפוש מטלות שיאתגרו תלמידים. התהליך הוא מחזורי - תכנון מטלה, העברתה וציפייה בה, ניתוח של ההעברה והתחשבות במשוב כדי לשפר את התהליך בפעם הבאה. יש שתי קהילות חקר: חקר בכיתת המתמטיקה (עבור תלמידים ומורים), וחקר בתכנון לקראת השיעור (עבור מורים ומורי מורים).

חקר כמו זה שתיארתי כאן מזכיר במידה מסוימת מחקר חינוכי שמטרתו לא רק לקדם התפתחות אלא גם לתעד את התהליך. המחקר יוצר ומעצב את הפעילות הנחקרת.

חקר בצוותא נעשה בשתי קבוצות - מורים וחוקרים מורי מורים וחוקרים. למורים יש ידע עצום על התלמידים, על מה המתרחש בשטח ועוד. החוקרים מביאים את הידע המחקרי, והתוצאה היא שכולם נתרמים.

מפגש 4 - על מוטיבציה ועל קהילות מורים / פרופ' עטרה שריקי

כשחושבים על הבוס או על המורה הטוב ביותר - מתכוונים בדרך כלל לאלה שנתנו מוטיבציה והשראה. יש מיתוס סביב המוטיבציה כאילו היא תנאי מקדים שדרוש כדי לפעול. היידן מציע לבקש עזרה ממישהו שכבר השיג את מה שאנו רוצים להשיג. לדוגמה - התייעצות של מתחרה בפרויקט אופניים עם ספורטאי מומחה, שיציע לו תוכנית עבודה מסודרת שתוביל אותו ליעד. עם הזמן אתה משתפרים ומקבלים עוד מוטיבציה: מאמץ - שיפור - שמחה. ההשוואה היא למה שהשגנו עד כה ולא לאחרים.

יש להבחין בין לעורר מוטיבציה לבין לשמר מוטיבציה קיימת. בדוח מקינזי (2007) נאמר שאיכות הלמידה אינה יכולה לעלות על איכות ההוראה. כדי לשפר את הביצוע חייבים לשפר את רמת ההוראה. הדוח בשנת 2010 מצא מעט שיפור

של מערכות חינוך לאור רפורמות. הסיבות שנמצאו רלוונטיות כללו טיפוח שיתוף פעולה בין מורים. דוח OECD מ-2011 קבע שהכרחי להתייחס למורים כאל מקצוענים ולעודד יצירה של קהילות מורים. קהילות מורים נבדלות ביניהן במטרות, במבנה, בוותק, בשיטות העבודה וכדומה. ראוי במיוחד להבחין בין קהילות מעשה לבין קהילות למידה מקצועית (PLC - קל"מ). קל"מ כוללת אנשי חינוך היוצרים סביבה שמטפחת שיתוף פעולה הדדי, תמיכה רגשית וצמיחה אישית, תוך כדי עבודה, כדי להשיג יעד שהם אינם יכולים להשיג בכוחות עצמם. יש מדינות שבהן מחייבים השתתפות בקל"מים כאלו כתנאי לעבודה בבית הספר. לדוגמה - במסגרת 'קשר חם' נעשתה עבודה ארוכת טווח עם קהילות מורים במשך 25 שנים. הניסיון מראה שהאפקט של השיפור מתפוגג בהדרגה בסיום התוכנית. תופעה זו חזרה בכל מיני מתכונות עבודה - עם רכזי מקצוע, עם מורים מובילים, עם צוותים בית-ספריים. מה הסיבה לכך? לכן, במסגרת 'רמזור לצפון' החלטנו על מודל חונכות, שבו מורים עם ניסיון ב-5 יח"ל חנכו מורים שלא היה להם ידע קודם בהוראת מתמטיקה ברמה של 5 יח"ל אולם היו מעוניינים להתנסות בכך. בנוסף, פותחה תכנה ייעודית, "רמזור למורה", שנועדה לאפשר למורים לאגם את הידע הפרקטי שלהם, כדי להניע יצירה של קהילה אוטונומית, פעילה, מתפתחת בהדרגה, ועצמאית. עם זאת, שלוש השנים האלו לא הספיקו כדי לבסס את הקבוצה, ובכך להפוך מקהילה מקצועית לומדת לקהיליית מעשה. ובכל זאת, קיימות קבוצות פייסבוק וווטסאפ חיות ומשגשגות. מה ההבדל? ייתכן שכשהמורים מנסחים את המטרות שלהם, על בסיס הצרכים שלהם, יש סיכוי סביר יותר להתפתחותה של קהילייה אוטונומית, אשר תפעל לאורך זמן, תקבע את הסטנדרטים המקצועיים שלה ותפעל לאורם. שאלות פתוחות: איך צומחת מנהיגות פנימית? אילו תנאים צריך לספק לכך?

נספח 2: סדר יום של המפגשים

מפגש 1: 18:15-15:30, 19.8.2020

נושא המפגש: מטרות הוראת מתמטיקה בחטיבת הביניים והשלכות אפשריות של המסגרת המושגית של פיז"ה על

מטרות אלו

תוכנית המפגש

15:35-15:30 פתיחה

15:40-15:35 ברכות. פרופ' מיכל בלר, נשיאת מכללת לוינסקי לחינוך

16:20-15:40 הוראת מתמטיקה במאה ה-21

Prof. Koeno Gravemeijer, Eindhoven University of Technology

16:50-16:20 דיון בחדרים

17:00-16:50 הפסקה

17:40-17:00 הצגת המסגרת המושגית של פיז"ה

Prof. Joan Ferrini-Mundy, President of University of Maine

18:15-17:40 דיון

18:15-18:00 דיון של הצוות המצומצם

מפגש 2: 18:15-15:30, 26.8.2020

נושא המפגש: המתמטיקה שאפשר (וכדאי) ללמד בחטיבת הביניים

תוכנית המפגש

15:40-15:30 פתיחה

16:20-15:40 המתמטיקה שאפשר (וכדאי) ללמד בחטיבת הביניים.

Prof. Jürg Kramer, University of Humboldt, Berlin

16:30-16:20 הפסקה

17:00-16:30 משפט, משחק ודירוג אתרים. פרופ' אברהם ברמן, הטכניון – מכון טכנולוגי לישראל

17:30-17:00 דיון בחדרים

18:15-17:30 דיון של הצוות המצומצם

מפגש 3: 18:15-15:30, 2.9.2020

נושא המפגש: פערים במערכת החינוך הישראלית ובלימודי מתמטיקה בפרט

תוכנית המפגש

15:40-15:30 פתיחה

16:20-15:40 פערים בלימודי מתמטיקה בדרום אפריקה

Prof. Jill Adler, University of Witwatersrand, South Africa

הפסקה	16:30-16:20
הקבצות ואי-שוויון בלימודי מתמטיקה בחטיבת הביניים	17:00-16:30
ד"ר יריב פניגר, המחלקה לחינוך, אוניברסיטת בן גוריון בנגב	
דיון בחדרים	17:30-17:00
דיון של הצוות המצומצם	18:15-17:30

מפגש 4 : 9.9.2020, 18:15-15:30

נושא המפגש: הכשרת מורים והתפתחות מקצועית של מורים

תוכנית המפגש

פתיחה	15:40-15:30
Developing (middle school) Mathematics Teaching through Inquiry	16:20-15:40
Prof. Barbara Jaworski, Loughborough University	
הפסקה	16:30-16:20
על מוטיבציה ועל קהילות מורים – שני סיפורים בכריכה אחת	17:00-16:30
פרופ' עטרה שריקי, מכללת סמינר הקיבוצים	
דיון בחדרים	17:30-17:00
דיון של הצוות המצומצם	18:15-17:30

איילון, ח', בלס, נ', פניגר, י' ושביט, י' (2019). *אי שיויון בחינוך: ממחקר למדיניות*. ירושלים: מרכז טאוב.

- Barber, M., & Mourshed, M. (2007). *How the world's best-performing schools systems come out on top*. McKinsey & Company.
- McKinsey, C., & McKinsey, M. M. (2007). *How the world's best performing school systems come out on top*. London: McKinsey
<http://avneyrosha.org.il/resourcecenter/resoursesdocs/%D7%93%D7%95%D7%97%20%D7%9E%D7%A7%D7%99%D7%A0%D7%96%D7%99.pdf>
- Niss, M. (1996). Goals of mathematics teaching. In *International handbook of mathematics education* (pp. 11-47). Springer, Dordrecht.
- Snart, F. 2010 McKinsey & Company report: How the world's most improved school systems keep getting better. *Journal of Educational Change*, 12, 457. <https://doi.org/10.1007/s10833-011-9176-8>
- Winter, H. (1995). Mathematikunterricht und Allgemeinbildung. *Mitteilungen der GDM*, (61), 37–46.