THE TRUMP FOUNDATION
קרן טראמפ

בחינת הבגרות במתמטיקה

בשנים 1990–2014

גנאדי ארנוביץ׳

יולי 2014

רקע כללי

מאז ומתמיד נחשב מקצוע המתמטיקה לאחד המקצועות הקשים ביותר בבית הספר. ואכן, אי-אפשר להטמיע את הידע המתמטי בלא מאמץ מחשבתי אינטלקטואלי ניכר. יש להבין את הכללים ולשמור כל הזמן על הידע בזיכרון הפעיל כדי להתמודד עם שאלות מתמטיות בכלל, וברמה המוגברת של לימודי המתמטיקה בפרט.

הכול מודעים לקשיים האובייקטיביים של תלמידים המתמודדים עם מגוון נושאים, אבל ברור לכל העוסקים בחינוך המתמטי שרק שילוב פרקים שונים במתמטיקה יכול לגרום לתלמיד ברמת לימודים גבוהה להבין את מהות המקצוע. לכן בתכנון לימודי המתמטיקה הנחת המוצא כי על התלמידים ללמוד לנווט בין הנושאים השונים. כדי להשיג מטרה זו יש ליצור קישוריות בין תחומי לימוד שונים ולהרחיב את התוכן המתמטי שהתלמידים לומדים.

מערכות חינוך מתמטי בעולם שונות מאוד זו מזו. אין גישה הומוגנית – הן מבחינת חומרי הלימוד הן מבחינת אופן ההיבחנות או היעדר היבחנות חיצונית כלל. הדגש ששמים במדינה אחת אינו זהה לדגש במדינות אחרות, ולפעמים הדגשים הפוכים לגמרי זה מזה. גם מערכת החינוך המתמטי בארץ עברה שינויים רבים בעשרות השנים האחרונות; שינויים שנבעו הן מהמגמות בעולם הן מתלונות האקדמיה, שלטענתה אין די ברמת הידע המתמטי של בוגרי מערכת החינוך הישראלית ברמת חמש יח"ל להמשך תקין ומוצלח בלימודי המקצועות הדורשים ידע מתמטי רחב.

תכנית הלימודים האחרונה במתמטיקה לחטיבה העליונה (תכנית המחייבת את כל תלמידי ישראל) נכתבה לפני יותר מ-30 שנה, ובפועל אין אליה התייחסות בשטח – לא מצד המורים ולא מצד כותבי חומרי הלימוד – וזאת תופעה חריגה מאוד.

מטרת מסמך זה היא להתבונן על תכניות הלימודים מתוך מבנה בחינת הבגרות במתמטיקה, ועל שינויים ברמת הדרישות ברמת חמש יח"ל ב-25 שנים אחרונות.

היסטוריה של תכניות הלימודים ותכניות ההיבחנות בחטיבה העליונה

תכנית הלימודים שהייתה נהוגה עד סוף שנות ה-70 לא עברה שינויים, וכללה חומר סטנדרטי עם דגש על טכניקה מתמטית מסובכת וכמות נושאי הלימוד מצומצמת יחסית. כפי שהזכרתי, לא הייתה אינטגרציה בין הנושאים, והם התקיימו כמעט בלא קשר ביניהם. רמת המבחנים גם היא ירדה משנה לשנה (בהמשך יינתנו דוגמאות לשאלות המבחנים). עד שנת 2010 נעשה ניסיון אחד בלבד לכתוב תכנית לימודים מסודרת. מדובר בתכנית הלימודים המכונה "התכנית החדשה", או בשמה האחר "תכנית ירושלים". התכנית פותחה בוועדת המקצוע בראשות פרופ' גיליס ז"ל, ובהמשך בראשות פרופ' עמיצור ז"ל.

לפיתוח התכנית היו כמה מטרות:[1]

---

[1] מ' משלר, "פיתוח תכניות הלימודים במתמטיקה בישראל", **על"ה** 37 (תשס"ז).

- על התכנית לכלול פרקי מתמטיקה טהורה ופרקי מתמטיקה יישומית – נוסף על לימוד הטכניקה הדרושה.
- תכנית המתמטיקה ברמת חמש יח"ל לא תכלול את אותם הנושאים כמו בשלוש ובארבע יחידות; עליה להיות מותאמת לצרכים האמתיים של תלמידים מצטיינים. על הנושאים להיות רלוונטיים לתלמיד ולכישוריו. לבחירת נושאי לימוד מתאימים לרמת הלמידה יש יתרון רב: המתמטיקה נעשית חשובה לתלמיד, ולכן כדאי לו להשקיע מאמץ ללמוד אותה.
- בכל רמה יתווסף מקצוע בחירה שיבחר המורה בהתאם להערכתו את יכולת הכיתה. על מקצוע זה להיות נושא מתמטיקה מתקדם, מתמטיקה טהורה או מתמטיקה שימושית. זו הייתה דרך להביא בכיתה פרקים מתקדמים יותר; נכתבו ספרים המתאימים לנושאי הרחבה אלו.

התכנית החדשה התקדמה יפה בימי פרופ' גיליס ופרופ' עמיצור. ספרי לימוד נכתבו, נערכו קורסים למורים – ונכחו בהם מאות מורים – ומערך ההדרכה פעל במסודר. בתחילת הדרך שוכנעו 40 בתי ספר להשתתף בניסוי התכנית הזו, רובם מאזור ירושלים. בהמשך הורחב הניסוי לכמה בתי ספר בדרום הארץ ובצפונה. תלמידי בתי הספר האלה נבחנו בבחינות הבגרות המותאמות לתכנית החדשה, בעוד ביתר בתי הספר בארץ המשיכו ללמוד במתכונת הקודמת.

ברמה מקומית, במקומות שלמדו בהם על פי התכנית החדשה ניכרה שביעות רצון בקרב המורים למתמטיקה, אך ברמה ארצית התכנית לא צברה תאוצה. חלוקת בתי הספר לאלו שלימדו על פי התכנית הרגילה ולאלו שהייתה בהם תכנית חדשה נמשכה עד ראשית שנות האלפיים.

רמת הדרישות בבחינות הבגרות פחתה מהדרישות שהיו בשנות ה-80 ובתחילת שנות ה-90. רמת הלימודים ירדה בכל הארץ, וניכרו חוסר ידע ומוכנות בקרב תלמידי שנה א במיוחד במקצועות עתירי מתמטיקה באוניברסיטאות.

בתחילת שנות האלפיים נכנסה לתוקף תכנית היבחנות אחרת – תכנית צבירה. מטרות התכנית הייתה אפשרות השלמת לימודי מתמטיקה ברמה גבוהה יותר על בסיס רמה נמוכה שהתלמיד כבר נבחן בה. השינויים היו לא רק במבנה הצבירה אלא גם בשינויים בתכני הלימוד. תכנית הצבירה התבססה ברובה על תכנית הלימודים הרגילה לעיל, עם שינויים קטנים בנושאים מספר: למשל הכנסת הסתברות קלסית או חשיבה הסתברותית בחיי היום-יום לרמת ארבע וחמש יח"ל. מעבר לכך נושאים נותרו בלא שינוי. יש להבהיר כי לא מדובר בתכנית הלימודים במובן האקדמי של המילה אלא ברשימת נושאי הלימוד ובפירוט מבנה טופסי בחינות הבגרות; לכן תכנית הצבירה היא תכנית היבחנות בלבד. על פי המבנה הזה, נבחנו תלמידי חמש יח"ל ותלמידי ארבע יח"ל בשאלון משותף אחד (35005). השאלון היווה 33% מהציון הסופי בכל אחת מרמות הלימוד. לתלמידי ארבע יח"ל זה היה השאלון הקשה ביותר, ולתלמידי חמש יח"ל היה השאלון הקל ביותר. הקושי האמתי היה בהתאמת רמת השאלון לשתי אוכלוסיות התלמידים בו זמנית; נוצר מצב שהיה כמעט בלתי-אפשרי לחבר שאלון שיהיה "ראוי" לתלמידי חמש יח"ל ויהיה "סביר" לרמת ארבע יח"ל. האתגר התאפשר להשגה רק באמצעות הורדת רמת הדרישות בשאלון המשותף – הסתברות, גאומטריה, סדרות ואלגברה בסיסית ירדו לרמה שהייתה נמוכה לתלמידי חמש יח"ל.

אמנם היו למתכנני תכנית הצבירה כוונות טובות: "מבנה הצבירה מעודד לא רק מעבר מרמת נמוכה לרמה גבוהה יותר, אלא גם מאפשר להתחיל ברמה הגבוהה 'תוך סיכון מזערי'",[2] אבל בפועל לא שינה את מספר התלמידים ברמת חמש יח"ל. גם מספר המשלימים מארבע יח"ל לרמת חמש יח"ל היה מזערי, ודרש בדרך כלל למידה של כל השאלונים מחדש. גם רמת הידע של תלמידי חמש יח"ל נפגעה בגלל חוסר אינטגרציה בין נושאי הלימוד השונים, שנבע מחלוקת נושאי הלימוד בין שלושה שאלונים.

למרות המבנה הבעייתי של תכנית הצבירה, משנת 2004 החל שינוי ברמת הדרישות מתלמידי חמש יח"ל. בהדרגה הוכנסו שאלות במבחנים שדרשו יותר הבנה ופחות התעסקות בטכניקה. במשך שנים רבות, משנות ה-80 ועד תחילת שנות האלפיים, הייתה ירידה מתמדת ברמת המבחנים. בסופו של דבר הביאה הורדת הדרישות להורדה ברמת ההוראה, והתוצאה היא

[2] מ' עמית, "מבנה הצבירה בבחינת הבגרות במתמטיקה", **על"ה** 30 (תשס"ג).

שהחומר נלמד ברמה פחות עמוקה. לכן השינויים האלה לא היו פופולריים בקרב התלמידים והמורים, והביאו לירידה ברמת הישגי התלמידים.

בשנת 2011 הוחלט בפיקוח על הוראת המתמטיקה לבטל את שיטת הצבירה ואת אופן היבחנות בכל רמות הלימוד, ומאז מופעלת תכנית היבחנות חדשה. מבנה היבחנות זה החזיר למעשה את המערכת למבנה שהיה קיים לפני תכנית הצבירה (אך בשינוי אפשרויות הבחירה שניתנו לתלמידים).

עקרונות המבנה החדש היו:[3]

- שמירה על תכניות הלימוד כפי שהן, בלי שנדרש שינוי במספר השעות השבועיות במתמטיקה.
- צמצום מספר השאלונים ברמת חמש יח"ל משלושה שאלונים – לשניים. מבנה זה יאפשר לנצל יותר שעות להוראה.
- לא יהיו שאלונים משותפים לכמה רמות לימוד. שינוי זה יאפשר להתאים במדויק את רמת השאלון לנדרש בכל רמה בנפרד.
- התאמה בין נושאי הלימוד של ארבע יח"ל ושל חמש יח"ל התאמה המאפשרת מעבר חלק בין רמות הלימוד השונות.
- המשקל היחסי של כל שאלון יתאים לחלקו היחסי בתכנית הלימודים.

יעדי מבנה ההיבחנות החדשה היו: הגדלת שיעורי הזכאות לבגרות במתמטיקה; הגדלת שיעורי ההצטיינות בבגרות במתמטיקה; הוראה מתוך התחשבות רבה יותר במבנה תחום התוכן המתמטי באופן המעודד פתוח חשיבה; הוראה מתוך התאמה מדויקת ככל האפשר של רמת החשיבה והמיומנויות המתמטיות. החומר הנלמד בתכנית ההיבחנות בחמש יח"ל צומצם בלחץ מנהלי בתי הספר והמורים, שטענו (ובצדק) שמספר שעות הלימוד אינו מתאים להיקף החומר הנלמד ולרמת ההעמקה בו.

---

3 http://highmath.haifa.ac.il/images/data2/principles%20of%20new%20testing.doc.

שינויים בתכניות הלימודים ובתכניות היבחנות ב-25 שנים אחרונות – טבלת סיכום

עד שנות ה-80
- תכנית רגילה

מאמצע שנות ה-80 ועד 2003
- תכנית רגילה
- תכנית חדשה (ירושלים)

מ-2003 ועד 2011
- תכנית צבירה

משנת 2011 ועד היום
- תכנית היבחנות חדשה

בעוד שנתיים
- פיתוח תכנית לימודים מסודרת

בחינות הבגרות

בחינות בגרות קיימות בלא מעט מערכות החינוך בעולם. מדובר במבחנים האמורים לבדוק את רמת השליטה של בוגר מערכת החינוך בתכנים שנלמדו. למבחני בגרות יש כוח עצום והשפעה על מערכת החינוך, ולכן שינויים ברמת הדרישות ובמבנה המבחנים משליכים כמעט מיד על מספר הנבחנים במקצוע ועל דרכי ההוראה בבתי הספר.

כפי שציינתי קודם, בהיעדר תכנית לימודים מסודרת במתמטיקה באה לידי ביטוי בשטח תכנית ההיבחנות המובאת באתר המפמ"ר. מבחינה מעשית מבנה הבחינות קובע את הנלמד בפועל (ולא להפך).

> הבחינות קובעות לא רק את תוכני החומר אלא גם את אופן הלימוד ומהותו: תרגול טכני רב היקף, דגש על מניפולציות אלגבריות, חלוקת החומר למספר רב של תתי נושאים לא מקושרים זה לזה, כך שהתלמידים מתרגלים לפתור תרגילים – מאולצים על פי רוב – רק בהקשר מוכר. הבעיות המילוליות ממוינות לסוגים מוגדרים בקפידה כנושאים נפרדים. מבנה הבחינות מעודד שימוש בקובצי תרגילים ולא בספרים, ובאופן כללי אין לימוד חומר או פיתוח הרגלי חשיבה עצמאיים אלא תרגול טכני.[4]

זאת אומרת שבחינת הבגרות משמשת מנגנון הערכה שיש לו קשר בלתי-נפרד לתהליכי ההוראה והלמידה של המורים ושל התלמידים. בהיעדר סטנדרטים ברורים הנוגעים לרמות ההבנה והקישוריות בחומר, בחינות הבגרות אינן זהות מבחינת רמת הקושי שלהן.

הבחינות גם נתונות ללחצים חזקים. למשל, עד לפני שלוש שנים הייתה נהוגה שיטת המיקוד, שעל פיה היה על הפיקוח על הוראת המתמטיקה למסור פרטים מדויקים ומחייבים על החומר שלא יהיה במבחן, איסור לשאול בשאלון מתקדם על תכנים ה"שייכים" לשאלונים קודמים גם אם הידע הנדרש בשאלון בנוי על התכנים האלה, ומעל לכל הייתה בה דרישה להעלות את אחוזי ההצלחה בבגרות. לשמחתנו, בהמלצת ועדת המקצוע, הייתה המתמטיקה המקצוע הראשון שבוטל בו המיקוד (ובעקבותיה בוטל המיקוד גם בשאר המקצועות). בה בעת יש מדיניות מוצהרת להגדיל את שיעור התלמידים העוברים ברמות הגבוהות של לימודי המתמטיקה, ובמיוחד ברמת חמש יח"ל. מדיניות הבונוסים באוניברסיטאות גורמת ללחצים ומכוונת עוד בוגרים לרמת חמש יח"ל, ובשל גורמים אלו יש לחץ מהשטח ומקובעי המדיניות להעלות ציונים ולהעביר עוד תלמידים ברמת חמש יח"ל. הלחץ הביא למצב שבו ברמות הלימוד הגבוהות יש שונות גבוהה מאוד של תלמידים, ומצופה ממשרד החינוך "להתאים" את רמת הדרישות בבחינות הבגרות לתלמידים בינוניים ומטה. במשך עשרות שנים נוצרה במערכת אי-יעילות כי לימדו פחות מהחומר שתלמיד טוב ומצטיין היה יכול ללמוד – ולהיבחן עליו.

למרות הלחצים הנ"ל החלו השינויים חיוביים בבחינות הבגרות כבר בשאלוני הצבירה החל משנת 2005–2006. השאלות בשאלוני חמש יח"ל לא היו קשות במיוחד, אך דרשו הבנת חומר ולא יכולות

---

[4] מתוך "מתווה לקראת תכנית הלימודים במתמטיקה", 2010, המזכירות הפדגוגית, משרד החינוך.

טכניקה אלגברית בלבד. עם השנים התווספו מדי שנה בשנה עוד סוגי שאלות שלא נשאלו קודם לכן. לדוגמה, שאלות הקשר בין גרפים של פונקציות, גרפים של נגזרת ראשונה ושנייה ואינטגרלים. שאלות אלו נחשבו מהפכה של ממש בקרב המורים למתמטיקה, ואפילו הביאו לתלונות על רמה מבחנים גבוהה, אך כעת שאלות מהסוג הזה נחשבות שאלות שגרתיות. החל מתחילת תכנית הצבירה הוכנס נושא ההסתברות לתכנית הלימודים של חמש יח"ל. מממצאי בחינות הבגרות ברמת חמש יח"ל עולה כי שיעור התלמידים הבוחרים בשאלת הסתברות בבחינת הבגרות נמוך ביחס לשאלות האחרות, אך לדעתי קיימת מגמת שיפור. בשאלוני חמש יח"ל התחילו לשים דגש על האופי האורייני של שאלות בבחינת הבגרות במקומות שיש אפשרות לעשות זאת. לדוגמה, בשאלונים הראשונים של חמש יח"ל מובאת בעיה מילולית. בשאלון 807 (השאלון השני של השני יח"ל) מובאות שאלות המשלבות את הנדסת המרחב עם וקטורים, ושאלות שהתלמיד נדרש להוכיח בהן משפט (תכונה) מהגאומטריה של המרחב באמצעות וקטורים. החידוש שהיה בחמש השנים האחרונות הוא שילוב של וקטורים בגישה גאומטרית ווקטורים בגישה אלגברית בשאלה אחת. גם השאלות של מספרים מרוכבים הפכו להיות טכניות פחות מצד אחד, אך דורשות הבנה ומקשרות בין המספרים המרוכבים ובין גאומטריה אנליטית מצד אחר. בשאלון 807 התלמידים נדרשים גם לפתור בעיה מילולית העוסקת בתהליכים מעריכיים, ובאחת בחינות הבגרות האחרונות שולבה שאלה זו עם בעיית קיצון.

בעקבות השינויים באופי השאלות בבחינות הבגרות השתנו גם השאלות בספרי לימוד. יש יותר שאלות אינטגרטיביות מבעבר, וגם רמת השאלות עלתה, כי ברור שלא די בתרגול טכני שהיה נהוג לפני עשר שנים כדי להתמודד עם השאלות בבחינות הבגרות. **גם רמת ההוראה בבתי ספר השתפרה; המורים מבינים שאי-אפשר ללמד מתמטיקה כמו בעבר, ומעמיקים בחומר.**

מבנה שאלוני הבגרות ב–25 השנים האחרונות

כעת אתמקד במבנה שאלוני הבחינה. לכל אחת מתכניות הלימודים ותכניות ההיבחנות היה מבנה שונה של בחינות בגרות; נדון במסמך זה בשאלוני חמש יח"ל בלבד.

התכנית הרגילה (עד שנת 1992):

התכנית הרגילה (משנת 1993 ועד שנת 2003):

חמש יחידות לימוד

שאלון ראשון
שלוש שעות
60%

פרק ראשון
אלגברה והנדסת המישור :
גאומטריה אוקלידית, אינדוקציה, סדרות, משוואות פרמטריות, קומבינטוריקה, בינום של ניוטון
(30 נקודות)
בחירה של שלוש שאלות מתוך ארבע

פרק שני
חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי וטריגונומטריה:
חקירה של פונקציות רציונליות, אי-רציונליות וטריגונומטריות. פתרון בעיות ערך קיצון, שימוש באינטגרלים למציאת שטחים. טריגונומטריה במישור, משוואות ואי-שוויונות טריגונומטריים, זיהוי משולשים
(30 נקודות)
בחירה של שלוש שאלות מתוך חמש

שאלון שני
שעתיים
40%

פרק שלישי
הנדסה אנליטית, הנדסת המרחב, וקטורים, מספרים מרוכבים וחשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי :
גאומטריה אנליטית במישור כולל ישר, מעגל, אליפסה, היפרבולה ופרבולה. טריגונומטריה במרחב.
וקטורים בגישה גאומטרית ואלגברית.
מספרים מרוכבים וחשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
(40 נקודות)
בחירה של ארבע שאלות מתוך שמונה, חובה לפתור שאלה אחת לפחות מהשאלות של חדו"א או מספרים מרוכבים

יש לציין שנוסף נושא "וקטורים", אך הבחירה בפרק השלישי אפשרה שלא ללמוד נושאים שלמים ועדיין להשיג ציונים מעולים.

התכנית החדשה (תכנית ירושלים) – מסוף שנות ה-80 ועד שנת 2003:

חמש יחידות לימוד

שאלון ראשון
שלוש שעות
60% מהציון הסופי

פרק ראשון
אלגברה והנדסת המישור :
גאומטריה אוקלידית, אינדוקציה, סדרות, מערכות משוואות פרמטריות (כולל שלושה נעלמים), בעיות מילוליות (תנועה, תערובות וכו')
(3×16 2/3 נקודות)
בחירה של שלוש שאלות מתוך ארבע

פרק שני
חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי וטריגונומטריה:
חקירת פונקציות רציונליות, אי-רציונליות וטריגונומטריות (כולל פונקציות טריגונומטריות הפוכות). פתרון בעיות ערך קיצון, שימוש באינטגרלים למציאת שטחים. טריגונומטריה במישור
(3×16 2/3 נקודות)
בחירה של שלוש שאלות מתוך חמש

שאלון שני
שעתיים
40% מהציון הסופי

פרק שלישי
הנדסה אנליטית, הנדסת המרחב, וקטורים, מספרים מרוכבים וחשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי :
גאומטריה אנליטית במישור כולל ישר, מעגל, אליפסה ככיוון של מעגל. טריגונומטריה במרחב, בעיות קיצון גאומטריות במרחב. וקטורים בגישה גאומטרית ואלגברית.
מערכת E ומשוואות פונקציונליות.
מספרים מרוכבים וחשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
(4×25 נקודות)
בחירה של ארבע שאלות מתוך שש, חובה לפתור שאלה אחת לפחות מהשאלות של חדו"א או מספרים מרוכבים

תכנית ההיבחנות (צבירה) – משנת 2004 ועד שנת 2011:

חמש יח"ל

שאלון 005
שאלון משותף עם תלמידי ארבע יח"ל
33% מהציון הסופי
משך הבחינה: שעתיים

פרק ראשון
אלגברה:
אי-שוויונות, משוואות ומערכות משוואות עם פרמטרים, סדרות: חשבונית, הנדסית סופית ואינסופית, סדרות מעורבות, הגדרות ברקורסיה לסדרות מסוגים שונים.
בחירה של שאלה אחת מתוך שתיים

פרק שני
גאומטריה אוקלידית והסתברות:
הסתברות: חשיבה הסתברותית בחיי היום-יום **או** הסתברות "קלסית".
בחירה של שתי שאלות מתוך שלוש

שאלון 006
33% מהציון הסופי
משך הבחינה: שעתיים

פרק ראשון
אלגברה
שאלות מילוליות (תנועה, תערובת, הספק), אי-שוויונות עם ערך מוחלט, אינדוקציה.
בחירה של שאלה אחת מתוך שתיים

פרק שני
טריגונומטריה וחדו"א
משפט הסינוסים ומשפט הקוסינוסים, יישומים במישור ובמרחב.
חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי: פולינומים, פונקציות רציונליות, שורש ריבועי, פונקציות טריגונומטריות. נקודות פיתול, קעירות כלפי מטה וכלפי מעלה. חלוקת פולינומים. שימושי הנגזרת והאינטגרל (כולל בעיות ערך קיצון).
בחירה של שתי שאלות מתוך שלוש

שאלון 007
34% מהציון הסופי
משך הבחינה: שעתיים

פרק ראשון
גאומטריה אנליטית ווקטורים
ישרים, מעגל, פרבולה, אליפסה, מקומות גאומטריים.
וקטורים בגישה גאומטרית ואלגברית.
בחירה של שתי שאלות מתוך שלוש

פרק שני
מספרים מרוכבים
ופונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
אלגברה וחשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי (כולל כל המיומנויות הנדרשות בשאלון 35006 באלגברה ובחדו"א).
בעיות גדילה ודעיכה
בחירה של שאלה אחת מתוך שתיים

תכנית ההיבחנות החדשה – משנת 2011 ועד היום:[5]

חמש יחידות לימוד

שאלון ראשון (806)
שלוש שעות וחצי
60%

שאלון שני (807)
שעתיים
40%

פרק ראשון
אלגברה והסתברות:
שאלות מילוליות, סדרות,
הסתברות קלסית
(40 נקודות)
בחירה של שתי שאלות מתוך שלוש

פרק שני
גאומטריה וטריגונומטריה במישור:
גאומטריה אוקלידית,
טריגונומטריה במישור: כולל משפט הסינוסים והקוסינוסים
(20 נקודות)
בחירה של שתי שאלות מתוך שלוש

פרק שלישי
חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי:
חדו"א של פולינומים, שורש ריבועי, פונקציות רציונאליות וטריגונומטריות.
נקודות פיתול, קעירות כלפי מטה וכלפי מעלה. חלוקת פולינומים.
שימושי הנגזרת והאינטגרל (כולל בעיות ערך קיצון).
(40 נקודות)
בחירה של שתי שאלות מתוך שלוש

פרק רביעי
הנדסה אנליטית:
גאומטריה אנליטית במישור כולל ישר, מעגל, אליפסה, היפרבולה ופרבולה
($2\times 33\ 1/3$ נקודות)
בחירה של שתי שאלות מתוך שלוש

פרק חמישי
חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי:
חקירת פונקציות רציונליות, מעריכיות ולוגריתמיות,
פתרון בעיות ערך קיצון, שימוש באינטגרלים למציאת שטחים
בעיות גדילה ודעיכה
(33 1/3 נקודות)
בחירה של שאלה אחת מתוך שתיים

---

5 פירוט מלא של הנושאים בנספח 1.

השוואת שאלוני בחינות הבגרות בשנים 2014–1990

להלן קריטריונים להשוואת שאלוני בחינות הבגרות:

- האם המבנה של השאלון ברור ומוגדר מראש?
- עומס תכנית הלימודים;
- אורך מצטבר של שאלוני הבחינות;
- האם יש בשאלונים בשאלות "מפתיעות" או בשאלות מסוגים חדשים?
- רמת האוריינות בבחינה;
- האם כל נושאי הלימוד בתכנית הלימודים או בתכנית ההיבחנות מיוצגים בשאלות הבחינה?
- האם יש שאלות המקשרות בין נושאי הלימוד שונים?
- האם אפשר לוותר על לימוד נושא שלם ועדיין לקבל ציון מרבי?

להשוואת שאלונים שלמים נדון בדוגמאות של בחינות הבגרות על פי כל אחת מתכניות הלימודים ותכניות ההיבחנות.[6]

קריטריון	תכנית רגילה דוגמה: קיץ 1990	תכנית רגילה דוגמה: קיץ 1995	תכנית י-ם דוגמה: קיץ / חורף 2002	תכנית צבירה דוגמה: קיץ 2008	ת. היבחנות דוגמה: חדשה חורף 2013
האם מבנה השאלון ברור?	כן	כן	כן	כן	כן
עומס תכנית הלימודים	תכנית מרווחת למדי	התכנית הייתה מרווחת למדי, אך התווספו כמה נושאים שלא היו קודם לכן 16 ש"ש	תכנית הלימודים הייתה סבירה מבחינת העומס. ברוב בתי הספר למדו 16 ש"ש	תכנית הלימודים התרחבה בגלל הוספת הסתברות. מספר שעות לימוד נע בין 15 ל-19. (מידיעה אישית)	תכנית הלימודים דומה מבחינת התכנים לתכנית קודמת, התכנית צומצמה בעקבות פניות מנהלים ומורים
אורך מצטבר של שאלוני הבחינות	חמש שעות	חמש שעות	חמש שעות	שש שעות	חמש שעות וחצי
האם יש בשאלונים שאלות "מפתיעות" או שאלות מסוגים חדשים?	השאלות היו טכניות בעיקרן, לא נמצאו שאלות מפתיעות.	בשלבים הראשונים נושא הווקטורים היה חדש ומפתיע, אך בהמשך השאלות הפכו להיות סטנדרטיות	במבחנים הובאו שאלות הבנה, אך עדיין מספר השאלות הטכניות היה גדול	התחיל שינוי מבחינת רמת השאלות, שאלות חדשות ומפתיעות הובאו במבחנים בעיקר בשאלונים 006-007	המשך מגמה שהתחילה בתכנית הצבירה. יש שאלות חדשות ומפתיעות כמעט בכל בחינת בגרות
רמת האוריינות בבחינה	כמעט שאין שאלות אורייניות	כמעט שאין שאלות אורייניות	יש מעט שאלות אורייניות	יש שאלות אורייניות בכמה פרקים	יש שאלות אורייניות בכמה פרקים
האם כל נושאי הלימוד בתכנית הלימודים או בתכנית ההיבחנות מיוצגים בשאלות הבחינה?	כן	כן	כן	לא כל הנושאים הובאו בבחינות; לפעמים לא היו מספרים מרוכבים והנדסת המרחב	לא כל הנושאים הובאו בבחינות; לפעמים לא היו מספרים מרוכבים, הנדסת המרחב ועוד
האם יש שאלות המקשרות בין נושאי הלימוד שונים?	כמעט שאין	כמעט שאין	יש מעט	יש שאלות רבות המשלבות נושאי לימוד שונים	

[6] טופסי הבחינות נמצאים בנספח 2.

קריטריון: האם אפשר לוותר על לימוד נושא שלם ועדיין לקבל ציון מרבי?

התכנית הרגילה **דוגמה: קיץ 1990**	**בפרק הראשון:** בגלל הבחירה של שלוש שאלות מתוך חמש, היה אפשר לוותר על למידת כמעט כל נושא ואפילו שניים. לא הייתה חובה לבחור בנושא מסוים, והיה אפשר לוותר על גאומטריה וקומבינטוריקה. באלגברה היה אפשר שלא ללמד נושא שלם, כגון סדרות. **בפרק השני:** לא היה אפשר לוותר על משוואות ועל זהויות טריגונומטריות. אפשר לוותר על שימושים טריגונומטריים במישור. **בפרק השלישי:** היה אפשר ללמוד בעל פה כ-15 משפטים, ולוותר לחלוטין על שימושים טריגונומטריים במרחב. **בפרק הרביעי:** לא היה אפשר לוותר על הנדסה אנליטית, כי הפרק כולו מורכב משאלות של הנדסה אנליטית. **בפרק החמישי:** לא היה אפשר לוותר על לימוד חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי בשלמותו. **לסיכום: יש אפשרויות רבות לוותר על נושאי הלימוד בלי לפגוע בסיכוי לקבל ציון גבוה.**
התכנית הרגילה **דוגמה: קיץ 1995**	**בפרק הראשון:** בהשוואה למבנה קודם, הבחירה צומצמה לשלוש שאלות מתוך ארבע. היה אפשר לוותר על למידת נושא אחד, כגון גאומטריה או קומבינטוריקה. לא היה אפשר לוותר על אלגברה בשלמותה, אולי על נושא אחד ממנו, כגון סדרות, אבל אז חובה ללמד כל שאר הנושאים בפרק. **בפרק השני:** היה אפשר לוותר על טריגונומטריה במישור. לא היה אפשר לוותר על חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי. **בפרק השלישי:** הבחירה היא של ארבע שאלות מתוך שמונה. אפשר שלא ללמד כמעט כל נושא. החובה היחידה הייתה שאלה אחת מפרק מספרים מרוכבים ופונקציות לוגריתמיות. היה אפשר שלא ללמד מספרים מרוכבים בכלל, לוותר על וקטורים, על גאומטריה אנליטית או על שניהם. **לסיכום: יש אפשרויות רבות לוותר על נושאי הלימוד בלי לפגוע בסיכוי לקבל ציון גבוה, במיוחד בפרק השלישי.**
תכנית ירושלים **דוגמה: קיץ / חורף 2002**	**בפרק הראשון:** הבחירה הייתה של שלוש שאלות מתוך ארבע. היה אפשר לוותר על למידת נושא אחד, כגון גאומטריה. לא היה אפשר לוותר על אלגברה בשלמותה, אבל אפשר לוותר על נושא אחד ממנו, כגון מערכות משוואות פרמטריות. **בפרק השני:** היה אפשר לוותר על טריגונומטריה במישור או על פונקציות טריגונומטריות הפוכות. לא היה אפשר לוותר על חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי. **בפרק השלישי:** הבחירה היא של ארבע שאלות מתוך שש. היה אפשר לוותר על כל נושא. לא הייתה חובה לבחור נושא מסוים, לכן יכלו בתי ספר להתמקד בנושא אחד על חשבון נושא אחר. **לסיכום: יש אפשרויות רבות לוותר על נושאי הלימוד בלי לפגוע בסיכוי לקבל ציון גבוה, ובמיוחד בפרק השלישי.**
תכנית הצבירה **דוגמה: קיץ 2008**	**בשאלון 005:** **בפרק הראשון:** יש שתי שאלות באלגברה שמתוכן יש לפתור שאלה אחת. **בפרק השני:** יש שלוש שאלות שמתוכן יש לפתור שתיים. לא הוגדר מראש אם יש שתי שאלות בגאומטריה ואחת בהסתברות או להפך, ולכן לא היה אפשר לוותר על לימוד נושא. מעבר לכך השאלון היה קל מאוד לתלמידי חמש יח"ל, כך שהיה לא כדאי להמר על נושאי הלימוד. **בשאלון 006:** **בפרק הראשון:** יש לבחור שאלה אחת משתי שאלות באלגברה. בגלל הבחירה המצומצמת היה קשה לוותר על לימוד שאלה מהפרק. **בפרק השני:** יש שאלות בטריגונומטריה ובחדו"א. סוג השאלות שיופיעו בבחינה לא הוגדר מראש, והדבר הקשה מאוד על ויתורים על נושאי לימוד. **בשאלון 007:** **בפרק הראשון:** בחירה של שתי שאלות מתוך שלוש. יש אפשרות לשתי שאלות בהנדסה אנליטית ושאלה אחת בווקטורים או לשתי שאלות בווקטורים ולאחת בהנדסה אנליטית, ולכן לא היה אפשר לוותר על לימוד נושא מסוים, במיוחד כאשר

	שאלה בווקטורים משלבת גם וקטור אלגברי וגם וקטורים גאומטריים. **בפרק השני:** שאלה אחת מתוך שתיים בחדו"א ומספרים מרוכבים. במקרה של ויתור על נושא אחד לתלמיד לא תישאר בחירה, כך שוויתור על נושא מסכן מאוד את ציון התלמיד. **לסיכום: מבנה השאלון מקשה מאוד לוותר על נושא לימוד. כל ויתור מעלה את רמת הסיכון.**
תכנית ההיבחנות החדשה דוגמה: חורף 2013	**בשאלון 806:** **בפרק הראשון:** ניתנה בחירה של שתי שאלות מתוך שלוש. בכלליות אפשר לוותר על לימוד נושא אחד (סדרות, בעיה מילולית או הסתברות), אבל במקרה זה לתלמיד לא הייתה נשארת בחירה בבחינה, והדבר אינו כדאי. **בפרק השני:** שאלה אחת מתוך שתיים (עד לפני שנה שתי שאלות מתוך שלוש). כל השאלות בגאומטריה, בטריגונומטריה במישור או בשילוב שלהן. הבחירה מצמצמת את יכולת לוותר על הנושאים. **בפרק השלישי:** חדו"א של כל סוגי הפונקציות, כולל בעיות ערך הקיצון. בחירה של שתיים מתוך שלוש שאלות. סוגי השאלות אינם ידועים מראש, כך שכמעט אין אפשרות לוותר על נושאי לימוד. **בשאלון 807:** **בפרק הראשון:** אפשר לוותר על לימוד מספרים מרוכבים, אבל במקרה זה אין לתלמיד יכולת תמרון בין שתי השאלות שנותרו. **בפרק השני:** חדו"א של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות. סוגי השאלות אינם ידועים מראש, כך שוויתור הוא מסוכן ביותר. **לסיכום: מבנה השאלון מקשה מאוד לוותר על נושא לימוד. כל ויתור מעלה את רמת הסיכון.**

ניתוח פריטים מבחינות הבגרות בשנים 1990–2014

מתמטיקה היא דיסציפלינה המתבססת רבות על חישובים, כך שפתרון חלק משאלות דורש הצבה בנוסחאות גרידא. עם השנים הפך פתרון שאלות טכניות לחלק מרכזי במסורת הוראת המתמטיקה ובהוראתה, כולל ברמת חמש יח"ל. התברר כי אפשר ללמוד לפתור באופן טכני סוגים שונים של בעיות תוך מציאת השיטה המתאימה, ועם זאת לא להבין הבנה של ממש את עקרונות המתמטיקה ומהותה.

העיסוק בפתרון "טכני" בלבד של בעיות מתמטיות מביא למצב שבו תלמידים מתקשים לענות על "שאלות הבנה" שנדרשת בהן תשובה מילולית, מתקשים בניסוח תשובות ובמקרים רבים אינם מצליחים ליישם במצבים חדשים סוג בעיות שכבר תורגל, מה שמעמיד בספק את רמת הבנתם את הנושא הנלמד.

בעשר השנים האחרונות יש בבחינות הבגרות ריבוי משימות המשלבות מגוון היבטי ידע ומיומנות. התלמיד נדרש להבין את הנתונים המתוארים באופנים מילוליים וחזותיים, לתכנן אסטרטגיית פתרון, לתרגם את הבעיה לשפה המתמטית, לפתור אותה, לפרש את התוצאות ולבחון את סבירותן. תהליך זה של פתרון בעיות דורש הבנה מעמיקה וחשיבה מסדר גבוה, ולעתים הוא כרוך באסטרטגיה רב-שלבית.

להלן קריטריונים להשוואת שאלוני בחינות הבגרות:

- האם השאלה מוכרת או בסגנון מוכר?
- האם השאלה ניתנת לפתרון באמצעות פרוצדורות טכניות בלבד?
- האם רמת הטכניקה הנדרשת בשאלה גבוהה, בינונית או נמוכה?
- האם יש בשאלה כמה סעיפים? האם יש קשר ביניהם? האם הסעיפים בשאלה מדרגים אותה ומקלים את פתרונה?
- איזו רמת בקיאות נדרשת לפתרון השאלה (על פי הגדרות PISA 2006)?[7]
- האם יש בשאלה שילוב נושאים שונים?

[7] טבלת רמות הבקיאות נמצאת בהמשך.

בשל המגוון הרב של נושאי הלימוד ברמת חמש יח"ל, ניגע במספר נושאים מצומצם: (1) חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי; (2) וקטורים.

הנושאים נבחרו מאחר שהשינויים בהם בולטים יותר מבנושאים אחרים. כמו כן יש נושאים שירדו מתכנית הלימודים, ולכן אי-אפשר לערוך בהם השוואה.

הערה: השאלות שנבחרו מתייחסות לחשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מסוגים שונים בכל שאלוני הבחינה. הדגש בניתוח הוא על אפיון השאלות ולא על הצגת כל סוגי הפונקציות הנלמדות בחמש יח"ל.

חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

קיץ תשנ"א – 1991:

נתונה הפונקציה: $y = \frac{2x^3 + ax}{x^2 - 1}$. לפונקציה יש מינימום בנקודה שבה $x = 2$.

א. מצא את הערך של הפרמטר a.

ב. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים ואת האסימפטוטות המקבילות לצירים.

ג. מצא את נקודות המינימום והמקסימום של הפונקציה.

חורף תשנ"ה – 1994:

נתונה הפונקציה: $y = \sqrt{x(12 - x^2)}$

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

ב. מצא את נקודות המקסימום ואת נקודות המינימום של הפונקציה, אם יש כאלה.

ג. מצא את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקציה.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ה. מצא, בעזרת הסרטוט, עבור אילו ערכים של k חותך הישר $y = k$ את גרף הפונקציה הנתונה בשלוש נקודות בדיוק.

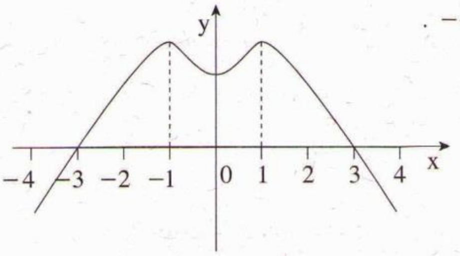
קיץ תשס"ח – 2008:

$f(x)$ היא פונקציה בתחום $-4 \le x \le 4$.

בציור שלפניך מוצגת סקיצת הגרף של

פונקציית הנגזרת $f'(x)$

בתחום $-4 \le x \le 4$.



א. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f''(x)$ בתחום $-4 \le x \le 4$.

<u>ציין</u> מספרים על ציר ה־ x , <u>והסבר</u> את שיקוליך בסרטוט הגרף.

ב. נתון: $f(-3) = 0$, $f(4) > 0$.

(1) בתחום $-4 \le x \le 4$ רשום עבור הפונקציה $f(x)$ את:

- שיעורי ה־ x של נקודות הקיצון, וסוגן.
- שיעורי ה־ x של נקודות הפיתול, ותחומי הקעירות כלפי מעלה $\cup$ וכלפי מטה $\cap$.

<u>נמק</u> את תשובותיך.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום $-4 \le x \le 4$.

<u>ציין</u> מספרים על ציר ה־ x , <u>סמן</u> את נקודות הפיתול, <u>וסרטט</u> את תחומי הקעירות.

חורף תשע"ב – 2012:

משקל העץ בשני יערות, יער I ויער II , גדל עם הזמן לפי פונקציות מעריכיות $f(x) = N_o \cdot a^x$ ו־ $g(x) = M_o \cdot b^x$ בהתאמה.

העצים בשני היערות ניטעו באותו תאריך.

ביום הנטיעה היו ביער I 10,000 טון עץ, וכעבור שנה היו בו 15,000 טון עץ.

ביום הנטיעה היו ביער II 40,000 טון עץ, וכעבור שנה היו בו 45,000 טון עץ.

א. מצא את הפונקציה $f(x)$ ואת הפונקציה $g(x)$.

ב. מצא כעבור כמה זמן מיום הנטיעה יהיה משקל העץ ביער I גדול ממשקל העץ ביער II .

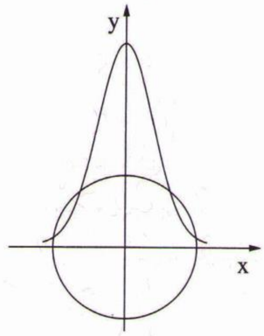
ג. סרטט בקו מלא (——) סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$, ובקו מרוסק (– – –) סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$, החל מיום הנטיעה.

ציין מספרים על הצירים.

ד. כעבור כמה זמן מיום הנטיעה ההפרש בין משקל העץ ביער II למשקל העץ ביער I יהיה הגדול ביותר?

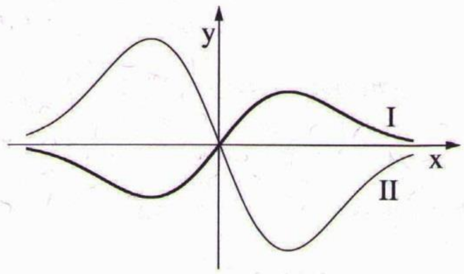
בתשובותיך דייק עד שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

קיץ תשע"ב – 2012:



נתונה הפונקציה $f(x) = e^{2-0.5x^2}$.
מעגלים שמרכזם בראשית הצירים
נפגשים עם גרף הפונקציה
(ראה ציור) .
מבין כל הרדיוסים של מעגלים אלה
מצא את הרדיוס המינימלי.

חורף תשע"ג – 2013:



נתונות הפונקציות $f(x)$ ו־ $g(x)$.
הפונקציה $f(x)$ ופונקציית הנגזרת $g'(x)$
מקיימות: $g'(x) = -2f(x)$.
בציור שלפניך מוצגים הגרפים I ו־ II
של הפונקציות $f(x)$ ו־ $g'(x)$.

א. קבע איזה גרף הוא של הפונקציה $f(x)$,
ואיזה גרף הוא של פונקציית הנגזרת $g'(x)$. נמק.

ב. נתון גם: $g'(x) = -2xe^{-x^2}$, $g(0.5) = \frac{1}{e^{0.25}}$.
מצא עבור אילו ערכים של x הגרף של הפונקציה $f(x)$ נמצא מעל הגרף של הפונקציה $g(x)$.

ג. הישר ℓ_1 עובר דרך נקודת המינימום של הפונקציה $f(x)$ ודרך נקודת המקסימום של פונקציית הנגזרת $g'(x)$.
הישר ℓ_2 עובר דרך נקודת המקסימום של הפונקציה $f(x)$ ודרך נקודת המינימום של פונקציית הנגזרת $g'(x)$.
מצא את משוואת הישר ℓ_1 , ואת משוואת הישר ℓ_2 .

ד. השטח, המוגבל על ידי הישר ℓ_1 , על ידי הגרף של הפונקציה $f(x)$ ועל ידי הגרף של פונקציית הנגזרת $g'(x)$, הוא S_1 .
השטח, המוגבל על ידי הישר ℓ_2 , על ידי הגרף של הפונקציה $f(x)$ ועל ידי הגרף של פונקציית הנגזרת $g'(x)$, הוא S_2 .
מהו היחס $\frac{S_1}{S_2}$? נמק.

השוואת שאלות במבחנים על פי הקריטריונים שהוצגו לעיל

1. האם השאלה מוכרת או בסגנון מוכר?

קיץ תשנ"א – 1991	חורף תשנ"ה – 1994	קיץ תשס"ח – 2008	חורף תשע"ב – 2012	קיץ תשע"ב – 2012	חורף תשע"ג – 2013
סגנון השאלה במבחן מוכר מאוד, שאלות מהסוג הזה מובאות בכל ספר לימוד	סגנון השאלה במבחן מוכר מאוד, שאלות מהסוג הזה מובאות בכל ספר לימוד; הסעיף האחרון הופיע במבחנים רבים	סוג השאלה התחיל להיראות רק משנת 2006; סגנון השאלה לא נראה בבחינות קודמות	סגנון השאלה אינו מוכר; שאלה חדשנית – ובעקבות בחינת הבגרות הוכנסו שאלות כאלו גם לספרי הלימוד והתרגול	שאלה עם ניסוח שאינו סטנדרטי; שאלה שאינה מוכרת מהמבחנים הקודמים	שאלה שאינה סטנדרטית, אך סגנון מוכר מבחינות הבגרות החל משנת 2006

2. האם השאלה ניתנת לפתרון באמצעות פרוצדורות טכניות בלבד?

קיץ תשנ"א – 1991	חורף תשנ"ה – 1994	קיץ תשס"ח – 2008	חורף תשע"ב – 2012	קיץ תשע"ב – 2012	חורף תשע"ג – 2013
השאלה ניתנת לפתרון באמצעות מהלכים טכניים שאפשר לשננם לפני הבחינה	השאלה ניתנת לפתרון באמצעות מהלכים טכניים שאפשר לשננם לפני הבחינה; הסעיף האחרון דורש חשיבה, אך מאחר שהובא במבחנים רבים גם אותו נוכל לאפיין כסעיף טכני	השאלה אינה טכנית; הטכניקה האלגברית כמעט שאינה נדרשת לפתרון השאלה	סעיפים א ו-ב מוכרים וטכניים, סעיפים ג ו-ד דורשים יכולת שילוב בין סגנונות שונים של שאלות: בעיות גדילה ודעיכה עם בעיות ערך הקיצון; אין די בעריכת פרוצדורות טכניות	השאלה אינה ניתנת לפתרון באמצעות פרוצדורות טכניות בלבד; שאלה המצריכה מחשבה לפני תחילת הפתרון	השאלה אינה ניתנת לפתרון באמצעות פרוצדורות טכניות בלבד; כמות הטכניקה האלגברית בשאלה קטנה יחסית

3. האם רמת הטכניקה האלגברית הנדרשת בשאלה גבוהה, בינונית או נמוכה?

קיץ תשנ"א – 1991	חורף תשנ"ה – 1994	קיץ תשס"ח – 2008	חורף תשע"ב – 2012	קיץ תשע"ב – 2012	חורף תשע"ג – 2013
רמת הטכניקה האלגברית בינונית / נמוכה. גזירת הפונקציה הרציונלית אינה דורשת יכולות טכניות רבות, וכמו כן פרמטר אינו מעלה רמת הטכניקה כי מוצאים אותו כבר בשלב הראשון של הפתרון	רמת הטכניקה בינונית / נמוכה. יש צורך בפתרון אי-שוויון ובגזירת פונקציית שורש, ומעבר לכך אין בשאלה שום צורך בטכניקה אלגברית	השאלה איכותית ביסודה; לא נדרשת בה שום טכניקה אלגברית	רמת הטכניקה בינונית; גזירת פונקציה מעריכית ופתרון משוואות מעריכיות	רמת הטכניקה בינונית; יש צורך בגזירת פונקציה מעריכית מורכבת ובפתרון משוואה מעריכית	רמת הטכניקה בינונית / נמוכה. נדרשת מציאת פונקציה קדימה ופתרון אי-שוויון פשוט

4. האם יש בשאלה כמה סעיפים? האם יש קשר ביניהם? האם הסעיפים בשאלה מדרגים אותה ומקלים את פתרונה?

קיץ תשנ"א – 1991	חורף תשנ"ה – 1994	קיץ תשס"ח – 2008	חורף תשע"ב – 2012	קיץ תשע"ב – 2012	חורף תשע"ג – 2013
בשאלה 3 יש סעיפים המשמשים שלבי פתרון בשאלה; כל הסעיפים סטנדרטיים וקלים.	בשאלה 5 הסעיפים סטנדרטיים וקלים; ארבעת הסעיפים ראשונים מובילים לחקירת הפונקציה, והסעיף האחרון שואל שאלה פשוטה בנוגע לפונקציה הנחקרת	בשאלה שני סעיפים, והסעיף השני מחולק לשני תתי-סעיפים. הסעיפים מובילים לחקירה איכותית של הפונקציה בלי חישובים טכניים. כל הסעיפים הם סעיפי מדרגה המקלים את פתרון השאלה	בשאלה ארבעה סעיפים; שני הסעיפים הראשונים נוגעים לבעיית גדילה ודעיכה ושני הנוספים לבעיית ערך קיצון. סעיף ג מדרג את השאלה	אין חלוקה לסעיפים; במובן מסוים השאלה חריגה בהשוואה לשאלות בשנים האחרונות	בשאלה יש ארבעה סעיפים: הסעיף הראשון – איכותי, הסעיף השני – חישובי, הסעיף השלישי משלב חישוב פשוט עם הבנת הנתונים, הסעיף האחרון ניתן לפתרון לוגי על סמך הסעיפים הקודמים או לפתרון חישובי

5. איזו רמת בקיאות נדרשת לפתרון השאלה (על פי הגדרות PISA 2006)?

קיץ תשנ"א – 1991	חורף תשנ"ה – 1994	קיץ תשס"ח – 2008	חורף תשע"ב – 2012	קיץ תשע"ב – 2012	חורף תשע"ג – 2013
4–3	4–3	4	4	4 – אולי 5	4

לסיכום, כמעט אין שאלות ברמת הבקיאות 5 ואין שאלות ברמת הבקיאות 6.

רמות הבקיאות במבחן פיזה 2006:

1	מסוגלים לענות על שאלות רק בהקשר מוכר, כאשר כל המידע הרלוונטי נמצא בבעיה והשאלה מוגדרת בבהירות.	זיהוי, קריאה מחדש – ידע
2	מסוגלים לזהות ולפרש מצבים בהקשרים שאינם דורשים יותר מהיקש ישיר. מסוגלים לחלץ מידע רלוונטי ממקור יחיד.	חשיבה תהליכית – הבנה ברמת היסוד
3	מסוגלים לבצע פרוצדורה המתוארת בבהירות, כולל כאלה הדורשות החלטות סדרתיות. מסוגלים לבחור אסטרטגיות פשוטות לפתרון בעיות וליישמן.	חשיבה תהליכית – הבנה
4	פועלים ביעילות עם מודלים גלויים למצבים קונקרטיים מורכבים המערבים אילוצים או מבקשים הנחת הנחות. מסוגלים לבחור ייצוגים שונים ולשלבם.	חשיבה תהליכית – יישום
5	מסוגלים לפתח מודלים של מצבים מורכבים ולעבוד אתם, לזהות אילוצים ולנקוב בהנחות. מסוגלים לבחור אסטרטגיות לפתרון בעיות מורכבות הקשורות למודלים אלו, להשוותן ולהעריכן.	חיפוש פתוח – אנליזה
6	מסוגלים לפתור בעיות מורכבות, להמשיג מידע המבוסס על חקירתם, להכלילו ולנצלו. מחברים מקורות מידע וייצוגים שונים, ומעבירים ביניהם מידע בגמישות.	חיפוש פתוח – סינתזה

6. האם יש בשאלה שילוב של נושאים שונים?

קיץ תשנ"א – 1991	חורף תשנ"ה – 1994	קיץ תשס"ח – 2008	חורף תשע"ב – 2012	קיץ תשע"ב – 2012	חורף תשע"ג – 2013
אין	אין	אין	שילוב בעיית ערך קיצון עם בעיית גדילה ודעיכה	שילוב חשבון דיפרנציאלי עם גאומטריה אנליטית פשוטה	שילוב חשבון דיפרנציאלי וחשבון אינטגרלי; השילוב הפך להיות כמעט שגרתי בשנים האחרונות

חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

חורף תשנ"ה – 1994 – שאלה ראשונה:

א. L_1 הוא ישר החיתוך של שני המישורים:

$$2x + 3y - 4z = 10$$

$$x + 2y - z = 7$$

מצא הצגה פרמטרית של הישר L_1.

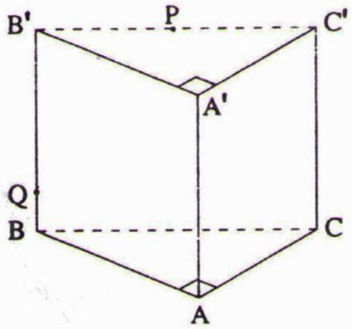
ב. ההצגה הפרמטרית של הישר L_2 היא:

$$L_2: \ (6, 2, -2) + s(2, -1, 1)$$

מהו המצב ההדדי בין הישר L_1 לבין הישר L_2 (מקבילים, נחתכים או מצטלבים)?
נמק.

חורף תשנ"ה – 1994 – שאלה שנייה:

בסיסה של מנסרה ישרה $ABCA'B'C'$ הוא משולש ישר־זווית ($\sphericalangle BAC = 90^\circ$). הנקודה P היא אמצע המקצוע $B'C'$, והנקודה Q נמצאת על המקצוע BB', כך ש־ $\overrightarrow{BQ} = \lambda \overrightarrow{BB'}$.



נסמן: $\overrightarrow{AA'} = \underline{w}$, $\overrightarrow{AC} = \underline{v}$, $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$

א. הבע את $\overrightarrow{AP}$ ואת $\overrightarrow{CQ}$ באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$, $\underline{w}$, ו־ λ.

ב. נתון כי: $|\underline{w}| = |\underline{u}| = 2|\underline{v}|$.
מצא מה צריך להיות ערכו של λ, כדי שיתקיים: $\overrightarrow{AP} \perp \overrightarrow{CQ}$.

קיץ תשס"ב – 2002:

הישר ℓ_1 עובר דרך הנקודות $(7,4,2)$, $(8,3,2)$.
הצגה פרמטרית של הישר ℓ_2 היא $\ell_2: \ (4, k+4, 2) + t(k^2-4, -5, 0)$

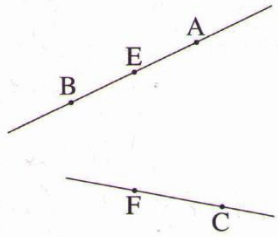
א. עבור איזה ערך של k הישרים ℓ_1 ו־ ℓ_2:
(1) מקבילים (לא מתלכדים)?
(2) מתלכדים?

ב. מצא משוואה של מישור π, המכיל את הישר ℓ_1 ומקביל לציר ה־ z.

ג. עבור k שמצאת בתת־סעיף א (1), מצא את המרחק של ℓ_2 מהמישור π.

The Trump Foundation

חורף תשע"ג – 2013:



נתונים שני ישרים מצטלבים. קטע AB נמצא על אחד הישרים, וקטע CF נמצא על הישר האחר.

נקודה E היא אמצע הקטע AB (ראה ציור).

נסמן: $\vec{CF} = \underline{u}$, $\vec{FE} = \underline{v}$, $\vec{EA} = \underline{w}$.

נתון: $\underline{v} \perp \underline{w}$, $\underline{v} \perp \underline{u}$

$$|\underline{w}| = \sqrt{5} \ , \ |\underline{v}| = \sqrt{13} \ , \ |\underline{u}| = \sqrt{7}$$

קוסינוס הזווית בין הווקטורים $\underline{w}$ ו־ $\underline{u}$ הוא $\frac{\sqrt{35}}{10}$.

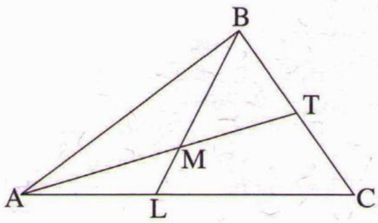
א. מצא את גודל הזווית ABC .

נתון גם: $B(2, 6, 3)$, $A(0, 2, 3)$. מישור π עובר דרך הנקודה B ומאונך לישר AB .

ב. מצא את משוואת המישור π .

ג. היעזר בתשובתך לסעיף א ומצא את גודל הזווית שבין הישר BC למישור π .

קיץ תשע"ג – 2013:



במשולש ABC התיכון לצלע BC הוא AT .

הנקודה L נמצאת על הצלע AC .

AT ו־ BL נפגשים בנקודה M

(ראה ציור).

נסמן: $\vec{AC} = \underline{v}$, $\vec{AB} = \underline{u}$, $\vec{AM} = \alpha\vec{AT}$, $\vec{BM} = \beta\vec{BL}$.

א. נתון: $\frac{AL}{LC} = \frac{3}{4}$.

מצא את הערך של α ואת הערך של β .

ב. (1) מצא את המשוואה של המקום הגאומטרי שעליו מונחות הנקודות B, שעבורן במשולש ABC מתקיים: $AT = \sqrt{50}$, $\underline{v} = (7, 7)$, $A(1, 0)$.

על פי הנתונים שבתת־סעיף ב(1) והנתון שבסעיף א ענה על התת־סעיפים (2) ו־ (3).

(2) מצא את השיעורים של הנקודה L .

(3) אם הישר MB מקביל לציר ה־ y , מצא את השיעורים של הקדקוד B .

<u>הערה</u>: הפתרון של סעיף ב אינו תלוי בפתרון של סעיף א.

השוואת שאלות במבחנים על פי הקריטריונים שהוצגו לעיל:

האם השאלה מוכרת או בסגנון מוכר?

1. חורף תשנ"ה – 1994 – שאלה ראשונה	2. חורף תשנ"ה – 1994 – שאלה שנייה	3. קיץ תשס"ב – 2002	4. חורף תשע"ג – 2013	5. קיץ תשע"ג – 2013
סגנון השאלה במבחן מוכר מאוד, שאלות מהסוג הזה מובאות בכל ספר לימוד	סגנון השאלה במבחן מוכר מאוד, שאלות מהסוג הזה מובאות בכל ספר לימוד	סוג השאלה מוכר	סגנון השאלה שונה מהרגיל בגלל שילוב בין וקטורים בהצגה גאומטרית ואלגברית. שאלות מהסוג הזה התחילו להיראות רק כמה שנים לפני כן; בעקבות הבחינות האחרונות הוכנסו שאלות כאלו גם בספרי לימוד ותרגול	שאלה בניסוח שאינו סטנדרטי; סגנון סעיף א של השאלה מוכר מספרי לימוד ונחשב סגנון לא פשוט, ומחייב שימוש ביחידות ההצגה; סעיף ב חדשני

1. האם השאלה ניתנת לפתרון באמצעות פרוצדורות טכניות בלבד?

6. חורף תשנ"ה – 1994 – שאלה ראשונה	7. חורף תשנ"ה – 1994 – שאלה שנייה	8. קיץ תשס"ב – 2002	9. חורף תשע"ג – 2013	10. קיץ תשע"ג – 2013
השאלה ניתנת לפתרון באמצעות מהלכים טכניים שאפשר לשננם לפני הבחינה	השאלה ניתנת לפתרון באמצעות אלגוריתם שאפשר לשננו לפני הבחינה	השאלה טכנית וניתנת לפתרון באמצעות הפעלת אלגוריתם	סעיף א סטנדרטי, סעיפים ב ו-ג דורשים הבנה של תוצאות סעיף א	שאלה שאינה ניתנת לפתרון באמצעות פרוצדורות טכניות פשוטות. סעיף ב מחייב מחשבה, אם כי הפתרון עצמו אינו קשה

2. האם רמת הטכניקה האלגברית הנדרשת בשאלה גבוהה, בינונית או נמוכה?

11. חורף תשנ"ה – 1994 – שאלה ראשונה	12. חורף תשנ"ה – 1994 – שאלה שנייה	13. קיץ תשס"ב – 2002	14. חורף תשע"ג – 2013	15. קיץ תשע"ג – 2013
רמת הטכניקה האלגברית נמוכה; פתרון מערכת משוואות ליניארית פשוטה.	רמת הטכניקה בינונית / נמוכה ומסתכמת בהצבה בתנאי ניצבות של שני וקטורים	רמת הטכניקה האלגברית בינונית בגלל הפרמטר בשאלה, אך בסך הכול יש הצבות בנוסחאות ופתרון מערכות משוואות ליניאריות	רמת הטכניקה בינונית.	רמת הטכניקה בינונית / גבוהה; יש צורך בפתרון מערכת משוואות ליניאריות עם שלושה נעלמים

3. האם יש בשאלה כמה סעיפים? האם יש קשר ביניהם? האם הסעיפים בשאלה מדרגים אותה ומקלים את פתרונה?

16. **חורף תשנ״ה – 1994 – שאלה ראשונה**	17. **חורף תשנ״ה – 1994 – שאלה שנייה**	18. **קיץ תשס״ב – 2002**	19. **חורף תשע״ג – 2013**	20. **קיץ תשע״ג – 2013**
בשאלה שני סעיפים; כל הסעיפים סטנדרטיים וקלים מאוד. אמנם בסעיף ב משתמשים בתוצאת סעיף א, אבל אין קשר אמתי בין הסעיפים; סעיף א אינו סעיף מדרגה	בשאלה שני סעיפים סטנדרטיים וקלים	בשאלה שלושה סעיפים; שאלה ״מתפתחת״, כאשר משתמשים בתוצאות הסעיפים הקודמים לפתרון הסעיפים הבאים; סעיפי השאלה אינם סעיפי מדרגה	בשאלה שלושה סעיפים; שאלה ״מתפתחת״, כאשר משתמשים בתוצאות הסעיפים הקודמים לפתרון הסעיפים הבאים. הכרחי להבין את תוצאות הסעיף הראשון כדי לפתור את הסעיף האחרון	בשאלה יש שני סעיפים, וסעיף ב מחולק לשלושה תתי-סעיפים; פתרונות סעיף א וסעיף ב הם בלתי-תלויים

4. איזו רמת בקיאות נדרשת לפתרון השאלה (על פי הגדרות PISA 2006)?

21. **חורף תשנ״ה – 1994 – שאלה ראשונה**	22. **חורף תשנ״ה – 1994 – שאלה שנייה**	23. **קיץ תשס״ב – 2002**	24. **חורף תשע״ג – 2013**	25. **קיץ תשע״ג – 2013**
4–3	4–3	4	4	4

5. האם יש בשאלה שילוב של נושאים שונים?

26. **חורף תשנ״ה – 1994 – שאלה ראשונה**	27. **חורף תשנ״ה – 1994 – שאלה שנייה**	28. **קיץ תשס״ב – 2002**	29. **חורף תשע״ג – 2013**	30. **קיץ תשע״ג – 2013**
אין	אין	אין	שילוב בין וקטור גאומטרי לווקטור בהצגה אלגברית	שילוב שלושה נושאי לימוד: וקטורים גאומטריים, וקטורים אלגבריים וגאומטריה אנליטית

סיכום ומסקנות עיקריות באשר לשינויים שחלו בשאלות בבחינות הבגרות:[8]

הערות כלליות – נוגעות לכל נושאי הלימוד:

- לא כל השאלות עברו שינויים דרמטיים.
- רמת הטכניקה האלגברית הצטמצמה צמצום ניכר. באלגברה הטכניקה נלמדת רק מתוך צורך לפתרון שאלות.
- **יש יותר שאלות שדורשות הסקת מסקנות וקישוריות מבעבר. מצופה שלתלמיד תהיה היכולת להסתכל על שאלות אינטגרטיביות.**
- בשאלות הבחינה בשנים אחרונות יש הרבה יותר מלל משהיה בבחינות עד שנת 2005.
- במבחנים בעשר השנים אחרונות חל מעבר משאלות קצרות ומוכרות לפריטים מורכבים יותר.
- במבחנים בשנים אחרונות התלמיד נדרש לחשיבה ביקורתית.
- החל משנת 2005 יש יותר אוריינות בשאלות הבגרות; התלמיד נדרש לקריאה ממוקדת וארוכה יותר.
- לפתרון השאלות לא די הבבנה תהליכית, צריך להבין את כל הרבדים.
- כיום מצפים לאדפטציה, והתלמיד אמור לעבור תהליך תוך כדי פתרון הסעיפים השונים.

הערות ספציפיות על פי נושאי הלימוד

השינויים אינם זהים בנושאי הלימוד השונים, לכן ניגע בחלק מנושאי הלימוד שבהם היו השינויים בולטים יותר.

חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות רציונליות, אי רציונליות, טריגונומטריות, מעריכיות ולוגריתמיות:

- מושג הפונקציה נלמד היום לעומק יותר מבעבר. לא די בשליטה טכנית היום כדי לענות על שאלות בבחינת הבגרות; התלמיד נדרש להבין היטב את מושג הנגזרת, את הקשרים שבין גרפים של פונקציה, גרף נגזרת ראשונה ושנייה, טרנספורמציות של גרפים, זוגיות ואי-זוגיות של פונקציות ועוד.
- עם השנים הלך וגדל אורך השאלות וגם אורך הפתרון. יש לציין שגם הזמן הממוצע המיוחד לכל שאלה גדל. לאחר השינוי האחרון לכל שאלה בבחינה יש כ-40 דקות פתרון לעומת 30 דקות עד שנת 2005.
- במבחנים הישנים חסרה תובנה מהשאלה, לא נדרשה חשיבה רפלקטיבית, לא היה חלק איכותי.
- עם השנים יש פחות שימוש במיומנויות אלגוריתמיות מבעבר. התווספו שאלות איכותניות הדורשות הבנה, ניתוח והסקת מסקנות.

.31

[8] בעקבות כנס המורים למתמטיקה שארגנה קרן טראמפ והתקיים ב-12 באוגוסט 2014.

הנדסת המרחב ווקטורים:

- בשאלות הקשורות לווקטורים יש עלייה ברמת החשיבה שהתלמיד אמור להפגין כדי לפתור את שאלות הבגרות.
- משנות ה-80 ועד שנת 2004–2005 הייתה חלוקה דיכוטומית בין וקטורים גאומטריים לווקטורים אלגבריים. משנת 2005 ועד היום יש שילוב וקישוריות ביניהם.
- בשאלות הקשורות להנדסת המרחב יש צמצום בטכניקה טריגונומטרית, שהייתה חלק חשוב בבחינות הבגרות בשנות ה-80–90. בשנים אחרונות יש ויתור על חלק מהנושאים, כגון גופים חסומים. לכן הנושא צומצם צמצום יחסי בשנים האחרונות.
- בשנים האחרונות פוגשים ב"שאלות יפות" – שאלות מסקרנות, מעניינות, שיש בהן תובנה ופתרונן מפתיע.

גאומטריה:

- בשנים האחרונות השאלות בגאומטריה הפכו קלות יותר בהשוואה לרמתן בשנים 1990–2008.
- בניגוד לשנים 1990–2008, בשאלונים החדשים אין התלמיד נדרש לענות על שאלות באמצעות משפטים גאומטריים בלבד, ומותר לו לענות על שאלה בכל דרך מתמטית נכונה, למשל באמצעות טריגונומטריה.
- גם לאחר הקלה בשאלות הבחינה, הגאומטריה הדדוקטיבית נלמדת בארץ ברמה גבוהה ביחס לעולם.

טריגונומטריה:

- החל משנת 2004 ירדה בהדרגה רמת טכניקת פתרון משוואות טריגונומטריות מסובכות, וירד מאוד השימוש בזהויות טריגונומטריות.
- בשאלות אין נושא זיהוי משולשים, שהיה בנוי על שימוש חזק בזהויות.
- רמת השאלות בטריגונומטריה במישור נותרה בלא שינוי גדול, אך תלמידים אינם נדרשים להגיע לתשובה מסוימת באמצעות שימוש בזהויות טריגונומטריות.

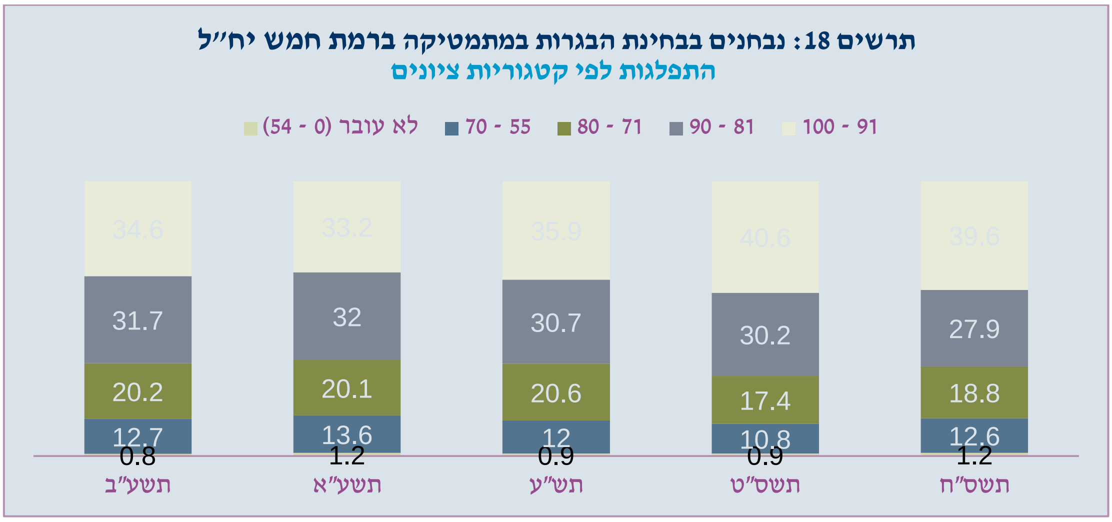
נתוני נבחנים במתמטיקה בשנים 2008–2012:[9]

	תשס"ח	תשס"ט	תש"ע	תשע"א	תשע"ב
לא נבחנו כלל בבחינת בגרות במתמטיקה	21,052	19,723	19,918	20,238	17,952
נבחנו	60,138	61,803	65,904	65,596	68,194
מהם:					
ברמת שלוש יח"ל	30,853	32,473	35,704	38,167	41,207
ברמת ארבע יח"ל	18,068	18,321	19,652	17,688	18,120
ברמת חמש יח"ל	11,217	11,009	10,548	9,741	8,867

באחוזים

	תשס"ח	תשס"ט	תש"ע	תשע"א	תשע"ב
לא נבחנו כלל בבחינת בגרות במתמטיקה	25.9	24.2	23.2	23.6	20.8
נבחנו	74.1	75.8	76.8	76.4	79.2
מהם:					
ברמת שלוש יח"ל	51.3	52.5	54.2	58.2	60.4
ברמת ארבע יח"ל	30.0	29.6	29.8	27.0	26.6
ברמת חמש יח"ל	18.7	17.8	16.0	14.8	13.0

הישגי התלמידים ברמת חמש יח"ל:



9 מיפוי מגמות היבחנות בבחינת הבגרות במתמטיקה בחינת השנים תשס"ח-תשע"ב, מכון הנרייטה סאלד, 2014.